महाराणा प्रताप महाविद्यालय
12-12-24
ग्रन्थालय
जंगल धूसड़, गोरखपुर

MAT 303

B.A./B.Sc. Vth SEMESTER EXAMINATION, 2024-25

MATHEMATICS

(Differential Geometry)

AFFIX PRESCRIBED RUBBER STAMP

Date (तिथि) : _____

Paper ID
(To be filled in the OMR Sheet)

1332

अनुक्रमांक (अंकों में) :
Roll No. (In Figures) : | | | | | | | | | | | | | | | |

अनुक्रमांक (शब्दों में) : _____

Roll No. (In Words) : _____

Time : 1:30 Hrs.
समय : 1:30 घण्टे

Max. Marks : 75
अधिकतम अंक : 75

नोट : पुस्तिका में 50 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।

Important Instructions :

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.
2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।
2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।

1. The value of $\left(-\frac{1}{\rho^2}t^i + \frac{1}{\rho\sigma}b^i - \frac{\rho'\rho^i}{\rho^2}\right)$ is :

(A) x'''^i

(B) x''''^i

(C) $(x'''^i)^2$

(D) $-x''''^i - x'^i$

1. $\left(-\frac{1}{\rho^2}t^i + \frac{1}{\rho\sigma}b^i - \frac{\rho'\rho^i}{\rho^2}\right)$ का मान है :

(A) x'''^i

(B) x''''^i

(C) $(x'''^i)^2$

(D) $-x''''^i - x'^i$

2. Which of the following is correct?

(A) $t^i = \epsilon_{ijk}\, p^j b^k$

(B) $p^i = \epsilon_{ijk}\, b^j t^k$

(C) $b^i = \epsilon_{ijk}\, t^j p^k$

(D) All (A), (B) and (C)

Where the symbols have their usual meaning.

2. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $t^i = \epsilon_{ijk}\, p^j b^k$

(B) $p^i = \epsilon_{ijk}\, b^j t^k$

(C) $b^i = \epsilon_{ijk}\, t^j p^k$

(D) (A), (B) और (C) सभी

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

3. Which of the following is correct?

(A) $\epsilon_{ijk}\, t'^i t''^j t'''^k = k^3 (k\tau' - k'\tau)$

(B) $\epsilon_{ijk}\, t'^i t''^j t'''^k = k^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{\tau}{k}\right)$

(C) $\epsilon_{ijk}\, t'^i t''^j t'''^k = k^2 (k\tau' - k'\tau)$

(D) Both (A) and (B)

Where the symbols have their usual meaning.

3. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $\epsilon_{ijk}\, t'^i t''^j t'''^k = k^3 (k\tau' - k'\tau)$

(B) $\epsilon_{ijk}\, t'^i t''^j t'''^k = k^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{\tau}{k}\right)$

(C) $\epsilon_{ijk}\, t'^i t''^j t'''^k = k^2 (k\tau' - k'\tau)$

(D) (A) और (B) दोनों

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

4. The value of $\frac{\epsilon_{ijk}x'^i x''^j x'''^k}{k^2}$ is equal to :

(A) τ^2

(B) τ

(C) $-\tau^2$

(D) $-\tau$

Where the symbols have their usual meaning.

4. $\frac{\epsilon_{ijk}x'^i x''^j x'''^k}{k^2}$ का मान बराबर है :

(A) τ^2

(B) τ

(C) $-\tau^2$

(D) $-\tau$

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

5. Which of the following is correct?

(A) $t'^i = kp^i$

(B) $p'^i = \tau b^i - kt^i$

(C) $b'^i = -\tau p^i$

(D) All (A), (B) and (C)

Where the symbols have their usual meaning.

5. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $t'^i = kp^i$

(B) $p'^i = \tau b^i - kt^i$

(C) $b'^i = -\tau p^i$

(D) (A), (B) और (C) सभी

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

6. Which of the following is correct?

(A) $N^i = \frac{X_1 X_2}{|X_1 \times X_2|}$

(B) $N^i = \frac{X_1 - X_2}{|X_1 \times X_2|}$

(C) $N^i = \frac{X_1 \times X_2}{|X_1 \times X_2|}$

(D) $N^i = \frac{X_1 + X_2}{|X_1 \times X_2|}$

Where $X_1 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^1}\right)$ and $X_2 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^2}\right)$

6. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $N^i = \frac{X_1 X_2}{|X_1 \times X_2|}$

(B) $N^i = \frac{X_1 - X_2}{|X_1 \times X_2|}$

(C) $N^i = \frac{X_1 \times X_2}{|X_1 \times X_2|}$

(D) $N^i = \frac{X_1 + X_2}{|X_1 \times X_2|}$

जहाँ $X_1 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^1}\right)$ और $X_2 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^2}\right)$

7. Let $A_\alpha du^\alpha = 0$ be the differential equation of a family of curves lying on the surface $x^i = x^i(u^\alpha)(i = 1,2,3; \alpha = 1,2)$ then the differential equation of its orthogonal trajectory is :

(A) $\in_{\alpha u} g_{\alpha\beta} A_u du^\beta = 0$

(B) $\in_{\alpha u} g_{\alpha\beta} du^\beta = 0$

(C) $\in^{\alpha u} g_{\alpha\beta} A_u du^\beta = 0$

(D) $\in_{\alpha u} g_{\alpha\beta} A_u - du^\beta = 0$

7. माना $A_\alpha du^\alpha = 0$ पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)(i = 1,2,3; \alpha = 1,2)$ पर स्थित वक्रों के एक परिवार का अवकल समीकरण है तो इसके लांबिक प्रक्षेप–पथ का अवकल समीकरण है :

(A) $\in_{\alpha u} g_{\alpha\beta} A_u du^\beta = 0$

(B) $\in_{\alpha u} g_{\alpha\beta} du^\beta = 0$

(C) $\in^{\alpha u} g_{\alpha\beta} A_u du^\beta = 0$

(D) $\in_{\alpha u} g_{\alpha\beta} A_u - du^\beta = 0$

8. Through any two point on the surface how many geodesics can pass ?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

8. पृष्ठ पर किन्हीं दो बिन्दुओं से कितने अल्पान्तरी गुजर सकते हैं ?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

9. The curve given by $r = (a\cos t, b\sin t, f(t))$ shall be plane curve then the function $f(t)$ is equal to :

(A) $C_1 \cos t + C_2 \sin t$

(B) $C_1 + C_2 \cos t + C_3 \sin t$

(C) $C_1 + C_2 \cos t$

(D) $C_1 + C_2 \sin t$

9. दिया हुआ वक्र $r = (a\cos t, b\sin t, f(t))$ समतल हो तो फलन $f(t)$ का मान बराबर है :

(A) $C_1 \cos t + C_2 \sin t$

(B) $C_1 + C_2 \cos t + C_3 \sin t$

(C) $C_1 + C_2 \cos t$

(D) $C_1 + C_2 \sin t$

10. Which of the following is correct?

(A) $g^{11} = \frac{X_2 \cdot X_2}{g}$

(B) $g^{22} = \frac{X_1 \cdot X_1}{g}$

(C) $g^{12} = g^{21} = -\frac{X_1 \cdot X_2}{g}$

(D) All (A), (B) and (C).

10. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $g^{11} = \frac{X_2 \cdot X_2}{g}$

(B) $g^{22} = \frac{X_1 \cdot X_1}{g}$

(C) $g^{12} = g^{21} = -\frac{X_1 \cdot X_2}{g}$

(D) (A), (B) और (C) सभी

11. Which of the following is correct?

(A) $\rho = \frac{1}{k}$

(B) $\sigma = \frac{1}{\tau}$

(C) $t^i = x'^i$

(D) All (A), (B) and (C)

11. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $\rho = \frac{1}{k}$

(B) $\sigma = \frac{1}{\tau}$

(C) $t^i = x'^i$

(D) (A), (B) और (C) सभी

12. The equation of plane that has three point contact at the point (3,5,7) with the curve $x = 2t + 1, y = 3t^2 + 2, z = 4t^3 + 3$ is :

(A) $3x + 8y + 6z + 1 = 0$

(B) $6x - 4y + z - 5 = 0$

(C) $6x + 4y + z + 5 = 0$

(D) $6x - 4y - z + 5 = 0$

12. उस समतल का समीकरण जिसके बिन्दु (3,5,7) पर वक्र $x = 2t + 1, y = 3t^2 + 2, z = 4t^3 + 3$ के साथ तीन सम्पर्क बिन्दु है :

(A) $3x + 8y + 6z + 1 = 0$

(B) $6x - 4y + z - 5 = 0$

(C) $6x + 4y + z + 5 = 0$

(D) $6x - 4y - z + 5 = 0$

13. The differential equation of geodesic on a surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

(A) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

(B) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

(C) $\frac{du^\alpha}{ds} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

(D) $\frac{du^\alpha}{ds} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

13. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ पर अल्पान्तरी का अवकल समीकरण है :

(A) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

(B) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

(C) $\frac{du^\alpha}{ds} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

(D) $\frac{du^\alpha}{ds} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta u \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^u}{ds} = 0$

14. Which of the following is correct?

(A) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{\sqrt{g}}$

(B) $e^{\alpha\beta} e_{\alpha u} = \delta_u^\beta$

(C) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{g}$

(D) Both (A) and (B)

14. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{\sqrt{g}}$

(B) $e^{\alpha\beta} e_{\alpha u} = \delta_u^\beta$

(C) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{g}$

(D) (A) और (B) दोनों

15. If N^i are components of unit normal vector at the point P of the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$, then the components of second fundamental tensor $d_{\alpha\beta}$ is :

(A) $d_{\alpha\beta} = (N^i)^2 x^i, \alpha\beta$

(B) $d_{\alpha\beta} = N^i x^i, \alpha\beta$

(C) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i, \alpha\beta)^2$

(D) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i, \alpha\beta)^4$

15. यदि N^i पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ के बिन्दु P पर इकाई अभिलंब सदिश का घटक है तो दूसरे मूल प्रदिश $d_{\alpha\beta}$ का घटक है :

(A) $d_{\alpha\beta} = (N^i)^2 x^i, \alpha\beta$

(B) $d_{\alpha\beta} = N^i x^i, \alpha\beta$

(C) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i, \alpha\beta)^2$

(D) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i, \alpha\beta)^4$

16. The equation of normal to the surface $z = x^2 + y^2$ at the point $(1, -1, 2)$ is :

(A) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$

(B) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$

(C) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$

(D) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$

16. बिन्दु $(1, -1, 2)$ पर पृष्ठ $z = x^2 + y^2$ के अभिलम्ब का समीकरण है :

(A) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$

(B) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$

(C) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$

(D) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$

17. The curve $\partial(t) = 3t^4\hat{\imath} + 6t^9\hat{\jmath} + \hat{k}, -\infty < t < \infty$ belongs to :

(A) $C^1, -\infty < t < \infty$

(B) $C^2, -\infty < t < \infty$

(C) $C^3, -\infty < t < \infty$

(D) $C^\infty, -\infty < t < \infty$

17. वक्र $\partial(t) = 3t^4\hat{\imath} + 6t^9\hat{\jmath} + \hat{k}, -\infty < t < \infty$ का सम्बन्ध है :

(A) $C^1, -\infty < t < \infty$

(B) $C^2, -\infty < t < \infty$

(C) $C^3, -\infty < t < \infty$

(D) $C^\infty, -\infty < t < \infty$

18. The value of $\in_{ijk}$ when $i, j, k =$ 2,1,3 or 3,2,1 or 1,3,2 is equal to:

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) All (A), (B) and (C)

18. $\in_{ijk}$ का मान जब $i, j, k = 2,1,3$ या 3,2,1 या 1,3,2 के बराबर है :

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) सभी (A), (B) और (C)

19. The necessary and sufficient condition that the parametric curve be orthogonal at a point is that :

(A) $g_{12} = 0$

(B) $g_{12} = 1$

(C) $g_{12} = 2$

(D) $g_{12} = -1$

19. आवश्यक और पर्याप्त शर्त यह है कि प्राचलिक वक्र एक बिन्दु पर लांबिक हो तो :

(A) $g_{12} = 0$

(B) $g_{12} = 1$

(C) $g_{12} = 2$

(D) $g_{12} = -1$

20. The parametric equation of the surface is :

(A) Not unique

(B) Unique

(C) Both (A) and (B)

(D) None of these

20. पृष्ठ का प्राचलिक समीकरण है :

(A) अद्वितीय नहीं

(B) अद्वितीय

(C) (A) और (B) दोनों

(D) इनमें से कोई नहीं

21. For the surface $x^1 = u^1 \cos u^2$, $x^2 = u^1 \sin u^2$, $x^3 = au^2$, then the value of d_{11} is :

(A) $-a$

(B) a

(C) 0

(D) $2a^2$

21. पृष्ठ $x^1 = u^1 \cos u^2$, $x^2 = u^1 \sin u^2$, $x^3 = au^2$ के लिए d_{11} का मान है :

(A) $-a$

(B) a

(C) 0

(D) $2a^2$

22. The necessary and sufficient condition that a surface be plane is that :

(A) $d_{\alpha\beta} = 0$

(B) $d_{\alpha\beta} = 1$

(C) $d_{\alpha\beta} > 1$

(D) $d_{\alpha\beta} = -1$.

22. एक पृष्ठ को समतल होने के लिए यह अनिवार्य एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है कि :

(A) $d_{\alpha\beta} = 0$

(B) $d_{\alpha\beta} = 1$

(C) $d_{\alpha\beta} > 1$

(D) $d_{\alpha\beta} = -1$

23. The Gauss equation of the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

(A) $x^i_{,\alpha\beta} = d^2_{\alpha\beta} N^i$

(B) $x^i_{,\alpha\beta} = d^2_{\alpha\beta} + N^i$

(C) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} N^i$

(D) $x^i_{,\alpha\beta} = d^2_{\alpha\beta} - N^i$

23. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ का गॉस समीकरण है:

(A) $x^i_{,\alpha\beta} = d^2_{\alpha\beta} N^i$

(B) $x^i_{,\alpha\beta} = d^2_{\alpha\beta} + N^i$

(C) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} N^i$

(D) $x^i_{,\alpha\beta} = d^2_{\alpha\beta} - N^i$

24. The Gaussian curvature k of the surface is :

(A) $k = \frac{d_{11}d_{22} + d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

(B) $k = \frac{d_{11}^2 d_{22}^2 + d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

(C) $k = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

(D) $k = \frac{d_{11} - d_{22}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

24. पृष्ठ की गाऊसी वक्रता k है :

(A) $k = \frac{d_{11}d_{22} + d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

(B) $k = \frac{d_{11}^2 d_{22}^2 + d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

(C) $k = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

(D) $k = \frac{d_{11} - d_{22}}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$

25. For the surface $x^1 = u, x^2 = v$, $x^3 = u^2 - v^2$, the value of g^{12} is

(A) $\frac{4uv}{1+4u^2+4v^2}$

(B) $\frac{4uv}{1+u^2+v^2}$

(C) $\frac{-4uv}{1+u^2-v^2}$

(D) $\frac{-4uv}{1-u^2+v^2}$

25. पृष्ठ $x^1 = u, x^2 = v, x^3 = u^2 - v^2$, g^{12} का मान है :

(A) $\frac{4uv}{1+4u^2+4v^2}$

(B) $\frac{4uv}{1+u^2+v^2}$

(C) $\frac{-4uv}{1+u^2-v^2}$

(D) $\frac{-4uv}{1-u^2+v^2}$

26. For the surface $z = \log_e\left(\frac{\cos x}{\cos y}\right)$, the value of $g^{\alpha\beta}d_{\alpha\beta}$ is :

(A) 1

(B) 2

(C) 0

(D) -1

26. पृष्ठ $z = \log_e\left(\frac{\cos x}{\cos y}\right)$ के लिए, $g^{\alpha\beta}d_{\alpha\beta}$ का मान है :

(A) 1

(B) 2

(C) 0

(D) -1

27. The mean curvature M of the surface is :

(A) $\frac{g^{\alpha\beta}d_{\alpha\beta}}{2}$

(B) $\frac{g^{\alpha\beta}-d_{\alpha\beta}}{2}$

(C) $\frac{g^{\alpha\beta}+d_{\alpha\beta}}{2}$

(D) $\frac{g^{\alpha\beta}d^2_{\alpha\beta}}{2}$

27. पृष्ठ की माध्य वक्रता M है :

(A) $\frac{g^{\alpha\beta}d_{\alpha\beta}}{2}$

(B) $\frac{g^{\alpha\beta}-d_{\alpha\beta}}{2}$

(C) $\frac{g^{\alpha\beta}+d_{\alpha\beta}}{2}$

(D) $\frac{g^{\alpha\beta}d^2_{\alpha\beta}}{2}$

28. The equation of osculating plane at the point x^i of the curve $x^i = x^i(s)$ is :

(A) $\in_{ijk} (X^i + x^i)x'^j x''^k = 0$

(B) $\in_{ijk} (X^i - x^i) = 0$

(C) $\in_{ijk} (X^i - x^i)x'^j = 0$

(D) $\in_{ijk} (X^i - x^i)x'^j x''^k = 0$

28. वक्र $x^i = x^i(s)$ के बिन्दु x^i पर आश्लेषी तल का समीकरण है :

(A) $\in_{ijk} (X^i + x^i)x'^j x''^k = 0$

(B) $\in_{ijk} (X^i - x^i) = 0$

(C) $\in_{ijk} (X^i - x^i)x'^j = 0$

(D) $\in_{ijk} (X^i - x^i)x'^j x''^k = 0$

29. If θ and ϕ are the angle made with a fixed line in space by the tangent and binomial respectively of a curve then $\frac{\sin\theta}{\sin\phi}\frac{d\theta}{d\phi} + \frac{k}{\tau}$ is equal to:

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 2

29. यदि θ और ϕ एक वक्र की क्रमशः स्पर्शरेखा और द्विपद द्वारा अंतरिक्ष में एक नियत रेखा से बने कोण हैं तो $\frac{\sin\theta}{\sin\phi}\frac{d\theta}{d\phi} + \frac{k}{\tau}$ बराबर है :

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 2

30. The value of $x'''^i x'''^i$ is equal to:

(A) $\frac{1}{\rho^2\sigma^2}$

(B) $\frac{1+\rho^{12}}{\rho^4}$

(C) $\frac{1}{\rho^2\sigma^2} + \frac{1+\rho^{12}}{\rho^4}$

(D) 0

Where the symbols have their usual meaning.

30. $x'''^i x'''^i$ का मान बराबर है :

(A) $\frac{1}{\rho^2\sigma^2}$

(B) $\frac{1+\rho^{12}}{\rho^4}$

(C) $\frac{1}{\rho^2\sigma^2} + \frac{1+\rho^{12}}{\rho^4}$

(D) 0

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

31. The value of $\in_{ijk} b'^i b''^j b'''^k$ is equal to :

(A) $\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{k}{\tau}\right)$

(B) $\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{\tau}{k}\right)$

(C) $-\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{k}{\tau}\right)$

(D) $-\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{\tau}{k}\right)$

Where the symbols have their usual meaning.

31. $\in_{ijk} b'^i b''^j b'''^k$ का मान बराबर है :

(A) $\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{k}{\tau}\right)$

(B) $\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{\tau}{k}\right)$

(C) $-\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{k}{\tau}\right)$

(D) $-\tau^5 \frac{d}{ds}\left(\frac{\tau}{k}\right)$

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

32. A necessary and sufficient condition for the curve to be a straight line is that the curvature k at all points of the curve is equal to :

(A) 1

(B) -1

(C) 2

(D) 0

32. एक वक्र को सरल रेखा होने के लिए यह आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है कि वक्र के प्रत्येक बिन्दु पर वक्रता k बराबर होगा :

(A) 1

(B) -1

(C) 2

(D) 0

33. For the surface $x^1 = a\cos u^1 \cos u^2$, $x^2 = a\sin u^1 \cos u^2$, $x^3 = a\sin u^2$, the first fundamental form is :

(A) $ds^2 = a^2\cos^2 u^2\,(du^1)^2 + a^2(du^2)^2$

(B) $ds^2 = a\cos^2 u^2\,(du^1)^2 + a^2(du^2)^2$

(C) $ds^2 = a^2\cos u^2\,(du^1)^2 + a^2(du^2)^2$

(D) $ds^2 = a\cos u^2\,(du^1)^2 - a^2(du^2)^2$

33. पृष्ठ $x^1 = a\cos u^1 \cos u^2$, $x^2 = a\sin u^1 \cos u^2$, $x^3 = a\sin u^2$, हो तो पृष्ठ का प्रथम मूल रूप है :

(A) $ds^2 = a^2\cos^2 u^2\,(du^1)^2 + a^2(du^2)^2$

(B) $ds^2 = a\cos^2 u^2\,(du^1)^2 + a^2(du^2)^2$

(C) $ds^2 = a^2\cos u^2\,(du^1)^2 + a^2(du^2)^2$

(D) $ds^2 = a\cos u^2\,(du^1)^2 - a^2(du^2)^2$

34. The first fundamental form of surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

(A) $ds^2 = g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$

(B) $ds^2 = du^\alpha du^\beta$

(C) $ds^2 = 2g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$

(D) $ds^2 = -2g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$

Where $\alpha, \beta = 1,2$ and $i = 1,2,3$.

34. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ का प्रथम मूल रूप है :

(A) $ds^2 = g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$

(B) $ds^2 = du^\alpha du^\beta$

(C) $ds^2 = 2g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$

(D) $ds^2 = -2g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$

जहाँ $\alpha, \beta = 1,2$ और $i = 1,2,3$ ।

35. For the surface $x^1 = a\cos u^1 \cos u^2, x^2 = a\sin u^1 \cos u^2, \quad x^3 = a\sin u^2,$ the value of g_{22} is :

(A) $-a^2$

(B) a^2

(C) a

(D) $-a$

35. पृष्ठ $x^1 = a\cos u^1 \cos u^2, x^2 = a\sin u^1 \cos u^2, \quad x^3 = a\sin u^2,$ g_{22} का मान है :

(A) $-a^2$

(B) a^2

(C) a

(D) $-a$

36. The equation of curvature at the point x^i of the curve $x^i = x^i(s)$ is :

(A) $k = x'^i x'^i$

(B) $k = x'^i x'^i$

(C) $k = x'^i - x'^i$

(D) $k = \sqrt{x'^i x'^i}$

36. वक्र $x^i = x^i(s)$ के बिन्दु x^i पर वक्रता का समीकरण है :

(A) $k = x'^i x'^i$

(B) $k = x'^i x'^i$

(C) $k = x'^i - x'^i$

(D) $k = \sqrt{x'^i x'^i}$

37. The value of the differential equation $\frac{d}{ds}\left[\sigma\frac{d}{ds}\left(\rho\frac{d^2x^i}{ds^2}\right)\right] + \frac{d}{ds}\left[\frac{\sigma}{\rho}\frac{dx^i}{ds}\right]$ of the curve $x^i = x^i(s)$ is equal to :

(A) $-\frac{\rho}{\sigma}\frac{d^2x^i}{ds^2}$

(B) 0

(C) 1

(D) $\frac{\sigma}{\rho}\frac{d^2x^i}{ds^2}$

37. वक्र $x^i = x^i(s)$ के अवकल समीकरण $\frac{d}{ds}\left[\sigma\frac{d}{ds}\left(\rho\frac{d^2x^i}{ds^2}\right)\right] + \frac{d}{ds}\left[\frac{\sigma}{\rho}\frac{dx^i}{ds}\right]$ का मान बराबर है :

(A) $-\frac{\rho}{\sigma}\frac{d^2x^i}{ds^2}$

(B) 0

(C) 1

(D) $\frac{\sigma}{\rho}\frac{d^2x^i}{ds^2}$

38. The curvature k for the curve $x^1 = a\cos t, \quad x^2 = a\sin t, \quad x^3 = a\,t\cot\alpha$ is :

(A) $\frac{1}{a}\sin^2\alpha$

(B) $\frac{1}{a}\sin\alpha$

(C) $\frac{1}{a}\cos^2\alpha$

(D) $\frac{1}{a}\cos\alpha$

38. वक्र $x^1 = a\cos t, \quad x^2 = a\sin t, \quad x^3 = a\,t\cot\alpha$ के लिए वक्रता k है :

(A) $\frac{1}{a}\sin^2\alpha$

(B) $\frac{1}{a}\sin\alpha$

(C) $\frac{1}{a}\cos^2\alpha$

(D) $\frac{1}{a}\cos\alpha$

39. The torsion τ for the curve $x^1 = a\cos t, \quad x^2 = a\sin t, \quad x^3 = a\,t\tan\alpha$ is :

(A) $\frac{1}{a}\cos^2\alpha$

(B) $\frac{1}{a}\cos\alpha$

(C) $\frac{1}{a}\sin\alpha\cos\alpha$

(D) $\frac{1}{a}\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

39. वक्र $x^1 = a\cos t, \quad x^2 = a\sin t, \quad x^3 = a\,t\tan\alpha$ के लिए विमोटन τ है :

(A) $\frac{1}{a}\cos^2\alpha$

(B) $\frac{1}{a}\cos\alpha$

(C) $\frac{1}{a}\sin\alpha\cos\alpha$

(D) $\frac{1}{a}\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

40. The equation of evolute C_1 of given curve C is :

(A) $x_1^i = x^i + \rho p^i + \rho \cot [\int \tau \, ds + c] b^i$

(B) $x_1^i = x^i + \rho p^i + \cot [\int \tau \, ds + c] b^i$

(C) $x_1^i = x^i - \rho p^i + \rho \cot [\int \tau \, ds - c] b^i$

(D) $x_1^i = x^i + \rho \cot [\int \tau \, ds + c] b^i$

40. दिए गए वक्र C के इवोल्यूट C_1 का समीकरण है :

(A) $x_1^i = x^i + \rho p^i + \rho \cot [\int \tau \, ds + c] b^i$

(B) $x_1^i = x^i + \rho p^i + \cot [\int \tau \, ds + c] b^i$

(C) $x_1^i = x^i - \rho p^i + \rho \cot [\int \tau \, ds - c] b^i$

(D) $x_1^i = x^i + \rho \cot [\int \tau \, ds + c] b^i$

41. The equation of an involute C_1 of given curve C is :

(A) $x_1^i = x^i + (cs) t^i$

(B) $x_1^i = x^i + (c - s) t^i$

(C) $x_1^i = x^i + \left(\frac{c}{s}\right) t^i$

(D) $x_1^i = x^i (c - s) + t^i$

41. दिए गए वक्र C के इन्वोल्यूट C_1 का समीकरण है :

(A) $x_1^i = x^i + (cs) t^i$

(B) $x_1^i = x^i + (c - s) t^i$

(C) $x_1^i = x^i + \left(\frac{c}{s}\right) t^i$

(D) $x_1^i = x^i (c - s) + t^i$

42. The length of the curve $x^1 = a \cos t$, $x^2 = a \sin t$, $x^3 = bt$ from $t = 0$ to $t = \pi/2$ is :

(A) $\pi \sqrt{a^2 + b^2}$

(B) $2\pi \sqrt{a^2 + b^2}$

(C) $\pi^2 \sqrt{a^2 + b^2}$

(D) $\frac{\pi}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$

42. $t = 0$ से $t = \pi/2$ तक वक्र $x^1 = a \cos t$, $x^2 = a \sin t$, $x^3 = bt$ की लम्बाई है :

(A) $\pi \sqrt{a^2 + b^2}$

(B) $2\pi \sqrt{a^2 + b^2}$

(C) $\pi^2 \sqrt{a^2 + b^2}$

(D) $\frac{\pi}{2} \sqrt{a^2 + b^2}$

43. The equation of osculating plane at the point $t = 1$ of a curve $r = (3at, 3bt^2, ct^3)$ is :

(A) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

(B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

(C) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$

(D) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$

44. For the curve $x = a\tan t$, $y = a\cot t$, $z = \sqrt{2}\, a \log\tan t$, which of the following is correct?

(A) $\rho = \frac{2\sqrt{2}\, a}{\sin^2 2t}$

(B) $\sigma = \frac{2\sqrt{2}\, a}{\sin^2 2t}$

(C) $\tau^2 + k^2 = \frac{4\sin^4 t \cos^4 t}{a^2}$

(D) All (A), (B) and (C)

45. The vectors X_1 and X_2 are tangential to the parametric curve $u^2 = c^2$ and $u^1 = c^1$ respectively. Then the angle $\theta(0 < \theta < \pi)$ between them is :

(A) $\cos\theta = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{12}\, g_{22}}}$

(B) $\cos\theta = \frac{g_{11}}{\sqrt{g_{12}\, g_{22}}}$

(C) $\cos\theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11}\, g_{12}}}$

(D) $\cos\theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11} - g_{12}}}$

43. वक्र $r = (3at, 3bt^2, ct^3)$ के बिन्दु $t = 1$ पर आश्लेषी तल का समीकरण है:

(A) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

(B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

(C) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$

(D) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$

44. वक्र $x = a\tan t$, $y = a\cot t$, $z = \sqrt{2}\, a \log\tan t$, के लिए, निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $\rho = \frac{2\sqrt{2}\, a}{\sin^2 2t}$

(B) $\sigma = \frac{2\sqrt{2}\, a}{\sin^2 2t}$

(C) $\tau^2 + k^2 = \frac{4\sin^4 t \cos^4 t}{a^2}$

(D) सभी (A), (B) और (C)

45. सदिश X_1 और X_2 क्रमशः प्राचलिक वक्र $u^2 = c^2$ और $u^1 = c^1$ के स्पर्शरेखीय हैं तो उनके बीच का कोण $\theta(0 < \theta < \pi)$ है :

(A) $\cos\theta = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{12}\, g_{22}}}$

(B) $\cos\theta = \frac{g_{11}}{\sqrt{g_{12}\, g_{22}}}$

(C) $\cos\theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11}\, g_{12}}}$

(D) $\cos\theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11} - g_{12}}}$

46. If the space curve $C: x^i = x^i(s)$ has constant torsion τ, then the curve C_1 given by $x_1^i = \frac{-p^i}{\tau} + \int b^i ds$ has :

(A) Constant curvature '$\pm\tau$'

(B) Constant curvature '$\pm\tau^2$'

(C) Constant curvature '$-\tau$'

(D) Constant curvature '$-\tau^2$'

47. The Weingarten equation of the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

(A) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha u} g^{u\beta} x^i_{,\beta}$

(B) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha u} g^{u\beta} x^i_{,\beta}$

(C) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha u} g_{u\beta} x^i_{,\beta}$

(D) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha u} g_{u\beta} x^i_{,\beta}$

48. Which of the following is correct?

(A) $e_{11} = e_{22} = 0$

(B) $e_{12} = \sqrt{g}, e_{21} = -\sqrt{g}$

(C) $e_{11} = 0, e_{22} = \sqrt{g}$

(D) Both (A) and (B)

Where the symbols have their usual meaning.

46. यदि समष्टि वक्र $C: x^i = x^i(s)$ ये एक अचर मरोड़ τ है तो वक्र C_1 द्वारा दिए गए $x_1^i = \frac{-p^i}{\tau} + \int b^i ds$ में :

(A) एक अचर वक्रता '$\pm\tau$'

(B) एक अचर वक्रता '$\pm\tau^2$'

(C) एक अचर वक्रता '$-\tau$'

(D) एक अचर वक्रता '$-\tau^2$'

47. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ का वेंगार्टेन समीकरण है :

(A) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha u} g^{u\beta} x^i_{,\beta}$

(B) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha u} g^{u\beta} x^i_{,\beta}$

(C) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha u} g_{u\beta} x^i_{,\beta}$

(D) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha u} g_{u\beta} x^i_{,\beta}$

48. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $e_{11} = e_{22} = 0$

(B) $e_{12} = \sqrt{g}, e_{21} = -\sqrt{g}$

(C) $e_{11} = 0, e_{22} = \sqrt{g}$

(D) (A) और (B) दोनों

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

49. Which of the following is correct?

(A) $p^i = \frac{\rho}{\dot{s}^3}(\ddot{x}^i\dot{s} - \dot{x}^i\ddot{s})$

(B) $b^i = \frac{\rho}{\dot{s}^3}(\dot{x}^j\ddot{x}^k - \dot{x}^k\ddot{x}^j)$

(C) $p^i = \frac{\rho}{\dot{s}^2}(\ddot{x}^i\dot{s} - \dot{x}^i\ddot{s})$

(D) Both (A) and (B)

Where the symbols have their usual meaning.

49. निम्न में से कौन–सा सही है ?

(A) $p^i = \frac{\rho}{\dot{s}^3}(\ddot{x}^i\dot{s} - \dot{x}^i\ddot{s})$

(B) $b^i = \frac{\rho}{\dot{s}^3}(\dot{x}^j\ddot{x}^k - \dot{x}^k\ddot{x}^j)$

(C) $p^i = \frac{\rho}{\dot{s}^2}(\ddot{x}^i\dot{s} - \dot{x}^i\ddot{s})$

(D) (A) और (B) दोनों

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

50. The differential equation of a family of curve on the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

(A) $A_\alpha du^\alpha = 0$

(B) $A_\alpha du^\alpha = d_{\alpha\beta}$

(C) $A_\alpha du^\alpha = -d_{\alpha\beta}$

(D) $A_\alpha du^\alpha = 2d_{\alpha\beta}$

50. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ पर वक्र के एक परिवार का अवकल समीकरण है :

(A) $A_\alpha du^\alpha = 0$

(B) $A_\alpha du^\alpha = d_{\alpha\beta}$

(C) $A_\alpha du^\alpha = -d_{\alpha\beta}$

(D) $A_\alpha du^\alpha = 2d_{\alpha\beta}$

*****