महाराणा प्रताप महाविद्यालय जंगल धूसड़, गोरखपुर
14-12-24

MAT 202

B.A./B.Sc. IIIrd SEMESTER EXAMINATION, 2024-25

MATHEMATICS

(Mathematical Methods)

AFFIX PRESCRIBED RUBBER STAMP

Date (तिथि) : ____________________

Paper ID
(To be filled in the OMR Sheet)

1417

अनुक्रमांक (अंकों में) :
Roll No. (In Figures) | | | | | | | | | | | | | | | |

अनुक्रमांक (शब्दों में) : ____________________

Roll No. (In Words) : ____________________

Time : 1:30 Hrs. **Max. Marks : 75**
समय : 1:30 घण्टे **अधिकतम अंक : 75**

नोट : पुस्तिका में 50 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।

Important Instructions :

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.
2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।
2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।

1. Consider the following statements –

(i) Let z is a complex variable, then $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$.

(ii) Let z is a complex variable, then $\sin 2z = 2 \sin z \cos z$.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Both (i) and (ii) are false

2. Let z is a complex variable, then which of the following is true ?

(A) $\sin(iz) = i \sinh z, i^2 = -1$

(B) $\sin(iz) = \sinh z, i^2 = -1$

(C) $\cosh(z) + \sinh(z) = 1$

(D) $\sin(iz) = -\sinh z, i^2 = -1$

Where the symbols have their usual meanings.

3. Let z is a complex variable. $\sinh z$ and $\cosh z$ denote the hyperbolic sine and cosine of z respectively. Then the value of $\sinh z - \cosh z$ is :

(A) $-e^{-z}$

(B) e^{-z}

(C) e^{z}

(D) $-e^{z}$

1. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए –

(i) मान लीजिये z एक सम्मिश्र चर है तो $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$

(ii) मान लीजिये कि z एक सम्मिश्र चर है तो $\sin 2z = 2 \sin z \cos z$

तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

2. मान लीजिये कि z एक सम्मिश्र चर है, तो निम्नलिखित में कौन–सा सही है ?

(A) $\sin(iz) = i \sinh z, i^2 = -1$

(B) $\sin(iz) = \sinh z, i^2 = -1$

(C) $\cosh(z) + \sinh(z) = 1$

(D) $\sin(iz) = -\sinh z, i^2 = -1$

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

3. मान लीजिये कि z एक सम्मिश्र चर है। मान लीजिये कि $\sinh z$ एवं $\cosh z$ क्रमश: z के अतिपरवलयिक ज्या एवं ज्या को दर्शाते हैं। तो $\sinh z - \cosh z$ का मान है :

(A) $-e^{-z}$

(B) e^{-z}

(C) e^{z}

(D) $-e^{z}$

4. If θ is a real number then the value of $e^{i\theta} + e^{-i\theta}$ is :

(A) $\cos\theta$

(B) $2\cos\theta$

(C) $\sin\theta$

(D) $2\sin\theta$

Where $i^2 = -1$

4. यदि θ एक वास्तविक संख्या है तो $e^{i\theta} + e^{-i\theta}$ का मान है :

(A) $\cos\theta$

(B) $2\cos\theta$

(C) $\sin\theta$

(D) $2\sin\theta$

जहाँ $i^2 = -1$

5. Let z is a complex variable, then $\sin z$ is equal to :

(A) $\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{3i}$

(B) $\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{3i}$

(C) $\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}$

(D) $\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2}$

5. मान लीजिये कि z एक सम्मिश्र चर है, तो $\sin z$ का मान है :

(A) $\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{3i}$

(B) $\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{3i}$

(C) $\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}$

(D) $\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2}$

6. Let z is a non-zero complex number and $\log z$ denotes the general value of logarithm of z. Then :

(A) $\log z = \ln|z| + i\,Arg\,z + 2k\pi i, k\epsilon\mathbb{Z}$

(B) $\log z = \ln|z| + Arg\,z + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

(C) $\log z = \ln|z| + 2k\pi i, k\epsilon\mathbb{Z}$

(D) $\log z = \ln|z| + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

Where the symbols have their usual meanings.

6. मान लीजिये कि z एक गैर शून्य सम्मिश्र संख्या है एवं $\log z$, z के लघुगणक के सामान्य मान को दर्शाता है।

तो :

(A) $\log z = \ln|z| + i\,Arg\,z + 2k\pi i, k\epsilon\mathbb{Z}$

(B) $\log z = \ln|z| + Arg\,z + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

(C) $\log z = \ln|z| + 2k\pi i, k\epsilon\mathbb{Z}$

(D) $\log z = \ln|z| + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

7. Let z is a complex variable. Then $\sinh z + \cosh z$ is equal to :

(A) e^z

(B) e^{-z}

(C) $\frac{e^z}{2}$

(D) $e^z + e^{-z}$

Where the symbols have their usual meanings.

8. Let z is a complex variable. Then which of the following is true ?

(A) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{n^2}}{n!}$

(B) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n}$

(C) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{n!}$

(D) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$

Where the symbols have their usual meanings.

9. Define a function $f: IR^2 \to IR$ by $f(x,y) = y^2 - x^2 \forall (x,y) \epsilon IR^2$

Where IR is the set of all real numbers.

Then :

(A) $f(x,y)$ has a local maximum at (0,0)

(B) $f(x,y)$ has a local minimum at (0,0)

(C) $f(x,y)$ has a saddle point at (0,0)

(D) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = -1$

7. मान लीजिये कि z एक सम्मिश्र चर है। तो $\sinh z + \cosh z$ बराबर है :

(A) e^z

(B) e^{-z}

(C) $\frac{e^z}{2}$

(D) $e^z + e^{-z}$

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

8. मान लीजिये कि z एक सम्मिश्र चर है। तो निम्नलिखित में से कौन–सा सत्य है ?

(A) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{n^2}}{n!}$

(B) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n}$

(C) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{n!}$

(D) $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

9. फलन $f: IR^2 \to IR$ को $f(x,y) = y^2 - x^2 \forall (x,y) \epsilon IR^2$ से परिभाषित करें। जहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

तो :

(A) $f(x,y)$ का (0,0) पर स्थानीय अधिकतम है

(B) $f(x,y)$ का (0,0) पर स्थानीय न्यूनयतम है

(C) $f(x,y)$ का (0,0) एक सैडल प्वाइंट है

(D) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = -1$

10. The value of the limit $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2+y^2}{x^2+y^{3+1}}$ is :

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $\frac{1}{4}$

10. सीमा $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2+y^2}{x^2+y^{3+1}}$ का मान है:

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $\frac{1}{4}$

11. Define a function $f: IR^2 \to IR$ by

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{1} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ & ,(x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Where IR is the set of all real numbers. Then :

(A) f is continuous at (0,0)

(B) f is not continuous at (0,0)

(C) $\lim_{(x,y)\to(1,1)} f(x,y) = 3$

(D) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 1$

Where IR is the set of fall real numbers then :

11. फलन $f: IR^2 \to IR$ को

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{1} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ & ,(x,y) = (0,0) \end{cases}$$

से परिभाषित करें। जहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। तो :

(A) f (0,0) पर सतत् है

(B) f (0,0) पर सतत् नहीं है

(C) $\lim_{(x,y)\to(1,1)} f(x,y) = 3$

(D) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 1$

जहाँ सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

12. If $\log(1+i)$ denotes the principal value of logarithm of $(1+i)$. Then the value of $\log(1+i)$ is :

(A) $ln\sqrt{2} + \frac{\pi i}{4}$

(B) $ln\sqrt{2} - \frac{\pi i}{4}$

(C) $ln\sqrt{2} + \frac{3\pi i}{4}$

(D) $ln\sqrt{2} - \frac{3\pi i}{4}$

Where $\ln x$ denotes natural logarithm of positive real number x.

12. यदि $\log(1+i)$, $(1+i)$ के लघुगणक के मुख्य मान को दर्शाता है। तो $\log(1+i)$ का मान है :

(A) $ln\sqrt{2} + \frac{\pi i}{4}$

(B) $ln\sqrt{2} - \frac{\pi i}{4}$

(C) $ln\sqrt{2} + \frac{3\pi i}{4}$

(D) $ln\sqrt{2} - \frac{3\pi i}{4}$

जहाँ $\ln x$, धनात्मक वास्तविक संख्या x के प्राकृतिक लघुगणक को दर्शाता है।

13. The principal value of i^i is, where $i^i = -1$:

(A) $e^{-\pi}$

(B) $e^{-\pi/2}$

(C) $e^{\pi/2}$

(D) e^{π}

13. i^i का मुख्यमान है, जहाँ $i^i = -1$:

(A) $e^{-\pi}$

(B) $e^{-\pi/2}$

(C) $e^{\pi/2}$

(D) e^{π}

14. For each integer k, the value of $e^{2k\pi i}$ is :

(A) 1

(B) 0

(C) -1

(D) 2

14. प्रत्येक पूर्णांक k के लिये, $e^{2k\pi i}$ का मान है :

(A) 1

(B) 0

(C) -1

(D) 2

15. Let z is a complex variable, then the value of $\sin^{-1} z$ is :

(A) $-i \log[iz + (1 - z^2)^{1/2}]$

(B) $-i^2 \log[iz + (1 - z^2)^{1/2}]$

(C) $-\log[z + (1 - z^2)^{1/2}]$

(D) $\log[z^2 + (1 - z^2)^{3/2}]$

Where $\log \propto$ denotes the general value of logarithm of a complex number $\propto$.

15. मान लीजिये कि z एक सम्मिश्र चर है, तो $\sin^{-1} z$ का मान है :

(A) $-i \log[iz + (1 - z^2)^{1/2}]$

(B) $-i^2 \log[iz + (1 - z^2)^{1/2}]$

(C) $-\log[z + (1 - z^2)^{1/2}]$

(D) $\log\left[z^2 + (1 - z^2)^{\frac{3}{2}}\right]$

जहाँ $\log \propto$ सम्मिश्र संख्या $\propto$ के लघुगणक के सामान्य मान को दर्शाता है।

16. Define a function $f: IR^2 \setminus \{(0,0)\} \to IR$ by $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2} \forall (x,y) \epsilon IR^2 \setminus \{(0,0)\}$. Then the repeated limits $\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0} f(x,y)$ and $\lim_{y\to 0}\lim_{x\to 0} f(x,y)$ are :

(A) 0,0

(B) 1,1

(C) −1,1

(D) $\frac{1}{2}$, 1

17. Define a function $f: IR^2 \to IR$ by

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ \alpha, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

If f is continuous at (0,0), then the value of α is :

(A) 1

(B) −1

(C) 0

(D) $\frac{1}{2}$

Where IR is the set of all real numbers.

18. Let $\not\subset$ is the set of all complex numbers. Define a function $f: \not\subset \to \not\subset$ by $f(z) = e^z \forall z \in \not\subset$. Then the period of $f(z)$ is :

(A) $2\pi i$

(B) πi

(C) $\frac{\pi i}{2}$

(D) $\frac{3\pi i}{2}$

Where $i^z = -1$

16. फलन $f: IR^2 \setminus \{(0,0)\} \to IR$ को $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2} \forall (x,y) \epsilon IR^2 \setminus \{(0,0)\}$ से परिभाषित करें। तो पुनरावृत्त सीमायें $\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0} f(x,y)$ एवं $\lim_{y\to 0}\lim_{x\to 0} f(x,y)$ हैं :

(A) 0,0

(B) 1,1

(C) −1,1

(D) $\frac{1}{2}$, 1

17. फलन $f: IR^2 \to IR$ को

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ \alpha, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

से परिभाषित करें।

यदि f (0,0), पर सतत् है तो α का मान है :

(A) 1

(B) −1

(C) 0

(D) $\frac{1}{2}$

जहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

18. मान लीजिये कि $\not\subset$ सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है। फलन $f: \not\subset \to \not\subset$ को $f(z) = e^z \forall z \in \not\subset$ से परिभाषित करें। तो $f(z)$ का आवर्त है :

(A) $2\pi i$

(B) πi

(C) $\frac{\pi i}{2}$

(D) $\frac{3\pi i}{2}$

जहाँ $i^z = -1$

19. The necessary condition for the functional $I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')dx$ to be extremum is :

(A) $\frac{d}{dr}\left[f - y'\frac{\partial f}{\partial y'}\right] = \frac{\partial f}{x}$

(B) $\frac{d}{dr}\left[y'\frac{\partial f}{\partial y'}\right] = 0$

(C) $f - y'\frac{\partial f}{\partial y^1} = 0$

(D) $\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial y'} = 0$

19. फलनक $I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')dx$ के चरम होने की आवश्यक शर्त है :

(A) $\frac{d}{dr}\left[f - y'\frac{\partial f}{\partial y'}\right] = \frac{\partial f}{x}$

(B) $\frac{d}{dr}\left[y'\frac{\partial f}{\partial y'}\right] = 0$

(C) $f - y'\frac{\partial f}{\partial y^1} = 0$

(D) $\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial y'} = 0$

20. The curve $y = y(x)$ which extermises the functional $I = \int_0^1[(y')^2 + 12xy]dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$ satisfies the differential equation :

(A) $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$

(B) $\frac{d^2y}{dx^2} = 8x$

(C) $\frac{dy}{dx} = 10x$

(D) $\frac{dy}{dx} = x^2 + x$

20. वक्र $y = y(x)$ जो कि फलनक $I = \int_0^1[(y')^2 + 12xy]dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$ को चरम करता है, अवकल समीकरण को संतुष्ट करता है :

(A) $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$

(B) $\frac{d^2y}{dx^2} = 8x$

(C) $\frac{dy}{dx} = 10x$

(D) $\frac{dy}{dx} = x^2 + x$

21. Necessary condition for the functional $I = \int_a^b (x, y, y')dx$ to be extremum is :

(A) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

(B) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y'^2}\right) = 0$

(C) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

(D) $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

21. फलनक $I = \int_a^b (x, y, y')dx$ के चरम होने की आवश्कत शर्त है :

(A) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

(B) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y'^2}\right) = 0$

(C) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

(D) $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

22. Extremal of the functional $I = \int_0^1 [y + (y')^2]\,dx$, $y(0) = 0, y(1) = \frac{1}{4}$ is :

(A) $\frac{x^2 - x}{4}$

(B) $\frac{x^2}{4}$

(C) $\frac{x^3 - x}{4}$

(D) $\frac{x^2}{2}$

22. फलनक $I = \int_0^1 [y + (y')^2]\,dx$, $y(0) = 0, y(1) = \frac{1}{4}$ का चरम है :

(A) $\frac{x^2 - x}{4}$

(B) $\frac{x^2}{4}$

(C) $\frac{x^3 - x}{4}$

(D) $\frac{x^2}{2}$

23. Let $f:(-\pi, \pi) \rightarrow IR$ is a 2π periodic function and it is defined by

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < r \leq 0; \\ x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Let $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$ is the Fourier series of $f(x)$. Then the value of a_0 is :

(A) $\frac{\pi}{8}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) π

23. मान लीजिये कि $f:(-\pi, \pi) \rightarrow IR$ एक 2π आवर्ती फलन है एवं यह

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < r \leq 0; \\ x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

से परिभाषित है। मान लीजिये कि $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$ $f(x)$ की फोरियर श्रेणी है। तो a_0 का मान है :

(A) $\frac{\pi}{8}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) π

24. Let $f: [-\pi, \pi] \to IR$ is a periodic function with period 2π. If $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$ is the Fourier series of $f(x)$. Then :

(A) $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)dx$

(B) $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)dx$

(C) $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\sin(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\cos(nx)dx$

(D) $a_n = \frac{1}{\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin^2(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos^2(nx)dx$

24. मान लीजिये कि $f: [-\pi, \pi] \to IR$ 2π आवर्त का एक आवर्ती फलन है। यदि $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$ $f(x)$ की फोरियर श्रेणी है। तो:

(A) $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)dx$

(B) $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)dx$

(C) $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\sin(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f^2(x)\cos(nx)dx$

(D) $a_n = \frac{1}{\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin^2(nx)\,dx$, $b_n = \frac{1}{\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos^2(nx)dx$

25. Let the function $f(t)$ and its Fourier transform $\hat{f}(\omega)$ both belongs to $L^1(IR)$. Then which of the following integral denotes the inverse Fourier transform of $\hat{f}(\omega)$:

(A) $\frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t}\hat{f}(\omega)d\omega$, $\omega \in IR$

(B) $\frac{1}{3\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t}\hat{f}(\omega)d\omega$, $\omega \in IR$

(C) $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t}\hat{f}(\omega)d\omega$, $\omega \in IR$

(D) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t^2}\hat{f}(\omega^3)d\omega$, $\omega \in IR$

Where symbols have their usual meaning.

25. मान लीजिये कि फलन $f(t)$ एवं इसका फोरियर रूपान्तरण $\hat{f}(\omega)$ दोनों $L^1(IR)$ में हैं। तो निम्नलिखित में से कौन–सा समाकल फलन $\hat{f}(\omega)$ के व्युत्क्रम फोरियन रूपान्तरण को प्रदर्शित करता है :

(A) $\frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t}\hat{f}(\omega)d\omega$, $\omega \in IR$

(B) $\frac{1}{3\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t}\hat{f}(\omega)d\omega$, $\omega \in IR$

(C) $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t}\hat{f}(\omega)d\omega$, $\omega \in IR$

(D) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t^2}\hat{f}(\omega^3)d\omega$, $\omega \in IR$

जहाँ प्रतीकों का अपना सामान्य अर्थ है।

26. Let $\hat{f}(\omega), \hat{g}(\omega)$ denotes the Fourier transforms of the functions $f(t), g(t)$ respectively, where $\omega \in IR$. Then the Fourier transform of convolution $(t * g)(t)$ of the functions $f(t), g(t)$ is :

(A) $\hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega)$

(B) $\hat{f}(\omega)[\hat{g}(\omega)]^2$

(C) $[\hat{f}(\omega)]^2\hat{g}(\omega)$

(D) $\hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega^2)$

Here IR be the set of all real numbers.

26. मान लीजिये कि $\hat{f}(w), \hat{g}(w)$ क्रमशः फलनों $f(t), g(t)$ के फोरियर रूपान्तरणों को प्रदर्शित करते हैं, जहाँ $w \in IR$। तो फलनों $f(t), g(t)$ के कान्वोल्यूशन $(t * g)(t)$ का फोरियर रूपान्तरण है :

(A) $\hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega)$

(B) $\hat{f}(\omega)[\hat{g}(\omega)]^2$

(C) $[\hat{f}(\omega)]^2\hat{g}(\omega)$

(D) $\hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega^2)$

यहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

27. If the Fourier transform of the function $f(t)$ is $\hat{f}(\omega)$, $\omega \in IR$. Then the Fourier transform of the function $f(t-a)$, $a \in IR - \{0\}$, is :

(A) $e^{-ia\omega}\hat{f}(\omega), w \in IR$

(B) $e^{ia\omega}\hat{f}(\omega), w \in IR$

(C) $e^{ia\omega}\hat{f}(\omega^2), w \in IR$

(D) $e^{ia\omega^2}\hat{f}(\omega), w \in IR$

Where IR be the set of all real numbers.

27. यदि फलन $f(t)$ का फोरियर रूपान्तरण $\hat{f}(\omega), \omega \in IR$ है। तो फलन $f(t-a), a \in IR - \{0\}$ का फोरियर रूपान्तरण है :

(A) $e^{-ia\omega}\hat{f}(\omega), w \in IR$

(B) $e^{ia\omega}\hat{f}(\omega), w \in IR$

(C) $e^{ia\omega}\hat{f}(\omega^2), w \in IR$

(D) $e^{ia\omega^2}\hat{f}(\omega), w \in IR$

जहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

28. If $\hat{f}(\omega)$ be the Fourier transform of the function $f(t)$, then the Fourier transform of the function $f(at), a > 0$ is :

(A) $\frac{1}{a^2}\hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right), \omega \in IR$

(B) $\frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right), \omega \in IR$

(C) $\frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{\omega^2}{a}\right), \omega \in IR$

(D) $\frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{\omega}{3a^2}\right), \omega \in IR$

Where IR be the set of all real numbers.

29. Define a function $f: IR \to IR$ by $f(t) = \begin{cases} 1, & a \le t \le a \\ 0, & t \notin [-a, a] \end{cases}$ where a is any positive real number. Let $\hat{f}(\omega), \omega \in IR$ denotes the Fourier transform of the function $f(t)$. Then the value of $\hat{f}(0)$ is :

(A) $2a$

(B) $3a$

(C) $\frac{3a}{2}$

(D) a^2

Where IR is the set of all real numbers.

28. यदि $\hat{f}(\omega)$ फलन $f(t)$ का फोरियर रूपान्तरण है, तो फलन $f(at), a > 0$ का फोरियर रूपान्तरण है :

(A) $\frac{1}{a^2}\hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right), \omega \in IR$

(B) $\frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right), \omega \in IR$

(C) $\frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{\omega^2}{a}\right), \omega \in IR$

(D) $\frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{\omega}{3a^2}\right), \omega \in IR$

जहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

29. फलन $f: IR \to IR$ को $f(t) = \begin{cases} 1, & a \le t \le a \\ 0, & t \notin [-a, a] \end{cases}$ से परिभाषित करें, जहाँ a कोई धनात्मक वास्तविक संख्या है। मान लीजिये कि $\hat{f}(\omega), \omega \in IR$ फलन $f(t)$ के फोरियर रूपान्तरण को प्रदर्शित करता है। तो $\hat{f}(0)$ का मान है :

(A) $2a$

(B) $3a$

(C) $\frac{3a}{2}$

(D) a^2

जहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

30. Let $f(t) \in L^1(IR)$, then which of the following integral denotes the Fourier transform of the function $f(t)$:

(A) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t)dt, \omega \in IR$

(B) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} f(t)dt, \omega \in IR$

(C) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t^2} f(t)dt, \omega \in IR$

(D) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t^3} f(t)dt, \omega \in IR$

Where the symbols have their usual meaning.

30. मान लीजिये कि $f(t) \in L^1(IR)$, तो निम्नलिखित में से कौन–सा समाकल फलन $f(t)$ के फोरियर रूपान्तरण को प्रदर्शित करता है :

(A) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t)dt, \omega \in IR$

(B) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} f(t)dt, \omega \in IR$

(C) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t^2} f(t)dt, \omega \in IR$

(D) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t^3} f(t)dt, \omega \in IR$

जहाँ प्रतीकों का अपना सामान्य अर्थ है।

31. Let $f: (-\pi, \pi) \to IR$ is a periodic function with periodic 2π which is defined by

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0; \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}.$$

If $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$ is the Fourier series of $f(x)$. Then :

(A) $a_n = 1 \; \forall \; n = 0,1,2, \dots\dots\dots$

(B) $a_n = 0 \; \forall \; n = 0,1,2, \dots\dots\dots$

(C) $a_n = \frac{1}{n^2} \forall \; n = 1,2,3 \dots\dots\dots$

(D) $a_n = \frac{1}{(n+1)^2} \; \forall \; n = 0,1,2, \dots$

31. मान लीजिये कि $f: (-\pi, \pi) \to IR$ 2π आवर्त का एक आवर्ती फलन है जो कि

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0; \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। यदि $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$ फलन $f(x)$की फोरियर श्रेणी है। तो :

(A) $a_n = 1 \; \forall \; n = 0,1,2, \dots\dots\dots$

(B) $a_n = 0 \; \forall \; n = 0,1,2, \dots\dots\dots$

(C) $a_n = \frac{1}{n^2} \forall \; n = 1,2,3 \dots\dots\dots$

(D) $a_n = \frac{1}{(n+1)^2} \; \forall \; n = 0,1,2, \dots$

32. Let $f:[-\pi,\pi] \to IR$ be a 2π periodic function which satisfies the Dirichlet's conditions. Then which of the following is true ?

(A) If $f(x)$ is an even function, then the Fourier series of $f(x)$ contains cosines terms only

(B) If $f(x)$ is an even function, then the Fourier series of $f(x)$ contains sine terms only

(C) If $f(x)$ is an odd function, then the Fourier series of $f(x)$ contains cosine terms only

(D) None of these

Where IR is the set of all real numbers.

32. मान लीजिये कि $f:[-\pi,\pi] \to IR$ एक 2π आवर्ती फलन है जो डिरिचलेट शर्तों को सन्तुष्ट करता है। तो निम्नलिखित में से कौन–सा कथन सत्य है ?

(A) यदि $f(x)$ एक समफलन है तो $f(x)$ की फोरियर श्रेणी में केवल कोज्या पद होंगे

(B) यदि $f(x)$ एक समफलन है तो $f(x)$ की फोरियर श्रेणी में केवल ज्या पद होंगे

(C) यदि $f(x)$ एक विषम फलन है तो $f(x)$ की फोरियर श्रेणी में केवल को ज्या पद होंगे

(D) इनमें से कोई नहीं

जहाँ IR सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।

33. Define a function $f:[0,\infty) \to IR$ by $f(t) = \sin^2 t \ \forall \ t \in [0,\infty)$. Then the Laplace transform of $f(t)$ is :

(A) $\frac{2}{p(p^2+4)}$

(B) $\frac{1}{p(p^2+4)}$

(C) $\frac{1}{p^2+4}$

(D) $\frac{p}{p^2+4}$

33. फलन $f:[0,\infty) \to IR$ को $f(t) = \sin^2 t \ \forall \ t \in [0,\infty)$ से परिभाषित करें। तो $f(t)$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $\frac{2}{p(p^2+4)}$

(B) $\frac{1}{p(p^2+4)}$

(C) $\frac{1}{p^2+4}$

(D) $\frac{p}{p^2+4}$

34. Let $f(t) = f^{-1}[f(s)]$, where $f(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$ denotes the inverse Laplace transform of the function $f(s)$. Then $f(t)$ is equal to :

(A) $e^{-t} - e^{-2t}$

(B) $e^{t} - e^{2t}$

(C) $e^{t} + e^{-2t}$

(D) $e^{-t} + e^{2t}$

34. मान लीजिये कि $f(t) = f^{-1}[f(s)]$, जहाँ $f(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$ फलन $f(s)$ के व्युत्क्रम लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है। तो $f(t)$ बराबर है :

(A) $e^{-t} - e^{-2t}$

(B) $e^{t} - e^{2t}$

(C) $e^{t} + e^{-2t}$

(D) $e^{-t} + e^{2t}$

35. Let $y(t)$ is the solution of the differential equation $y'(t) + y(t) = 1,\ y(0) = 0$. Then the Laplace transform of $y(t)$ is :

(A) $\frac{1}{s(s+1)}$

(B) $\frac{1}{s^2(s+1)}$

(C) $\frac{1}{s(s+1)^2}$

(D) $\frac{1}{s+1}$

Here s is real.

35. मान लीजिये कि $y(t)$ अवकल समीकरण $y'(t) + y(t) = 1,\ y(0) = 0$ का हल है। तो फलन $y(t)$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $\frac{1}{s(s+1)}$

(B) $\frac{1}{s^2(s+1)}$

(C) $\frac{1}{s(s+1)^2}$

(D) $\frac{1}{s+1}$

यहाँ s वास्तविक है।

36. Let $f(t)$ is a periodic function with period T. Let $f(t)$ is also piecewise continuous on $[0, \infty)$ and of exponential order α. It $f(s) = \ell[f(t)]$ denotes the Laplace transform of $f(t)$. Then $f(s)$ is equal to :

(A) $\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_{10}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

(B) $\frac{1}{e^{-s}} \int_{0}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

(C) $\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_{0}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

(D) $\int_{0}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

36. मान लीजिये कि $f(t)$ आवर्त T का एक आवर्ती फलन है। मान लीजिये कि $f(t)$ $[0, \infty)$ पर टुकड़ेवार सतत् भी है तथा घातांकीय कोटि α का है। यदि $f(s) = \ell[f(t)]$ फलन $f(t)$ के लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है। तो $f(s)$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_{10}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

(B) $\frac{1}{e^{-s}} \int_{0}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

(C) $\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_{0}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

(D) $\int_{0}^{T} e^{-pt} f(t)dt$

37. Let $f(t)$ is piecewise continuous on $[0, \infty)$ and of exponential order α. If $\lim_{t\to 0} + \frac{f(t)}{t}$ exists as a finite number. Then the Laplace transform of the function $\frac{f(t)}{t}$ is :

(A) $\int_{p}^{\infty} f(x)dx$

(B) $\int_{p}^{\infty} f^2(x)dx$

(C) $\int_{1}^{p} f(x)dx$

(D) $\int_{p}^{100} f(x)dx$

Where $f(s) = \ell[f(t)]$ denotes the Laplace transform of the function $f(t)$.

37. मान लीजिये कि $f(t)$ $[0, \infty)$ पर टुकड़ेवार सतत् फलन है एवं घातांकीय कोटि α का है। यदि $\lim_{t\to 0} + \frac{f(t)}{t}$ एक परिमित संख्या के रूप में मौजूद है। तो फलन $\frac{f(t)}{t}$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $\int_{p}^{\infty} f(x)dx$

(B) $\int_{p}^{\infty} f^2(x)dx$

(C) $\int_{1}^{p} f(x)dx$

(D) $\int_{p}^{100} f(x)dx$

जहाँ $f(s) = \ell[f(t)]$ फलन $f(t)$ के लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है।

38. Define a function $f:[0,\infty) \to IR$ by $f(t) = t^{50}e^{3t} \; \forall \, t \geq 0$. Let $\ell[f(t)] = f(s)$ denotes the Laplace transform of the function $f(t)$. Then $f(s)$ is equal to :

(A) $\frac{51!}{(s-3)^{49}}$

(B) $\frac{50!}{(s-3)^{51}}$

(C) $\frac{49!}{(s-3)^{49}}$

(D) $\frac{51}{(s-3)^{51}}$

38. फलन $f:[0,\infty) \to IR$ को $f(t) = t^{50}e^{3t} \; \forall \, t \geq 0$ से परिभाषित कीजिये। मान लीजिये कि $\ell[f(t)] = f(s)$ फलन $f(t)$ के लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है। तो $f(s)$ बराबर है :

(A) $\frac{51!}{(s-3)^{49}}$

(B) $\frac{50!}{(s-3)^{51}}$

(C) $\frac{49!}{(s-3)^{49}}$

(D) $\frac{51}{(s-3)^{51}}$

39. Which of the following is a period of the function $f(t) = \sin t$?

(A) π

(B) 2π

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

39. निम्नलिखित में से कौन फलन $f(t) = \sin t$ का आवर्त है ?

(A) π

(B) 2π

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

40. Let $f(t)$ is piecewise continuous on $[0,\infty)$ and of exponential order α. If $\ell[f(t)] = f(p)$ is the Laplace transform of $f(t)$. Then the Laplace transform of $\int_0^t f(u)du$ is :

(A) $\frac{f(p)}{p^3}$

(B) $\frac{f(p)}{p}$

(C) $\frac{f(p)}{2p}$

(D) $\left[\frac{f(p)}{p}\right]^2$

40. मान लीजिये कि $f(t)$ $[0,\infty)$ पर टुकड़ेवार सतत् है एवं घातांकीय कोटि α का है। यदि If $\ell[f(t)] = f(p)$ फलन $f(t)$ के लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है। तो $\int_0^t f(u)du$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $\frac{f(p)}{p^3}$

(B) $\frac{f(p)}{p}$

(C) $\frac{f(p)}{2p}$

(D) $\left[\frac{f(p)}{p}\right]^2$

41. Let $f(t)$ is continuous on $[0, \infty)$ and of exponential order α. If $f'(t)$ is piecewise continuous on $[0, \infty)$. Then the Laplace transform of $f'(t)$ is :

(A) $p\ell[f(t)] - f(O), p > \alpha$

(B) $p^2\ell[f(t)] - f(O), p > \alpha$

(C) $\ell[f(t)] - f'(O), p > \alpha$

(D) $p^3\ell[f(t)] - f(O), p > \alpha$

Here $\ell[f(t)]$ denotes the Laplace transform of $f(t)$.

41. मान लीजिये कि $f(t)$ $[0, \infty)$ पर सतत् है एवं घातांकीय कोटि α का है। यदि $f'(t)$ $[0, \infty)$ पर टुकड़ेवार सतत् है। तो $f'(t)$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $p\ell[f(t)] - f(O), p > \alpha$

(B) $p^2\ell[f(t)] - f(O), p > \alpha$

(C) $\ell[f(t)] - f'(O), p > \alpha$

(D) $p^3\ell[f(t)] - f(O), p > \alpha$

यहाँ $\ell[f(t)]$ फलन $f(t)$ के लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है।

42. Let α is a non-negative real number. Define a function $U_\alpha(t)$ by $U_\alpha(t) = \begin{cases} 1, t > \alpha; \\ 0, t < \alpha. \end{cases}$ Then the Laplace transform of $U_\alpha(t)$ is :

(A) $\frac{e^{-p}}{p}, p > 0$

(B) $\frac{e^{-\alpha p}}{p}, p > 0$

(C) $\frac{e^{-p}}{p^2}, p < 0$

(D) $\frac{e^{-p^2}}{p}, p > 0$

Here p is a real parameter.

42. मान लीजिये कि α एक गैर–ऋणात्मक वास्तविक संख्या है। फलन $U_\alpha(t)$ को $U_\alpha(t) = \begin{cases} 1, t > \alpha; \\ 0, t < \alpha. \end{cases}$ से परिभाषित कीजिये। तो $U_\alpha(t)$ का लापलास रूपान्तरण है।

(A) $\frac{e^{-p}}{p}, p > 0$

(B) $\frac{e^{-\alpha p}}{p}, p > 0$

(C) $\frac{e^{-p}}{p^2}, p < 0$

(D) $\frac{e^{-p^2}}{p}, p > 0$

जहाँ p एक वास्तविक पैरामीटर है।

43. Let the Laplace transform of the function $f(t)$ is $f(s)$. Then the Laplace transform of the function $t^n f(t)$ is, where n is any natural number :

(A) $\frac{d^n f(s)}{ds^n}$

(B) $\frac{d^{n-1} f(s)}{ds^{n-1}}$

(C) $\frac{(-1)^n d^n f(s)}{ds^n}$

(D) $\frac{df(s)}{ds}$

43. यदि फलन $f(t)$ का लापलास रूपान्तरण $f(s)$ है। तो $t^n f(t)$ का लापलास रूपान्तरण है, जहाँ n एक प्राकृतिक संख्या है :

(A) $\frac{d^n f(s)}{ds^n}$

(B) $\frac{d^{n-1} f(s)}{ds^{n-1}}$

(C) $\frac{(-1)^n d^n f(s)}{ds^n}$

(D) $\frac{df(s)}{ds}$

44. Let $\ell[F(t)]$ denotes the Laplace transform of the function $f(t)$ let $f(s) = \ell[F(t)]$.

If $G(t) \begin{cases} F(t-a), & t > a \\ 0 & , t < a \end{cases}$, where $a > 0$. Then $\ell[G(t)]$ is :

(A) $e^{-as} f(zs)$

(B) $e^{-as} f(s)$

(C) $e^{-s} f\left(\frac{s}{a}\right)$

(D) $e^{-zs} f(zs)$

44. मान लीजिये कि $\ell[F(t)]$ फलने $f(t)$ के लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है। मान लीजिये $f(s) = \ell[F(t)]$। यदि $G(t) \begin{cases} F(t-a), & t > a \\ 0 & , t < a \end{cases}$, जहाँ $a > 0$ तो $\ell[G(t)]$ है :

(A) $e^{-as} f(zs)$

(B) $e^{-as} f(s)$

(C) $e^{-s} f\left(\frac{s}{a}\right)$

(D) $e^{-zs} f(zs)$

45. The Laplace transform of the function $f(t) = t^4$ is :

(A) $\frac{6}{p^5}$

(B) $\frac{24}{p^5}$

(C) $\frac{2}{p^3}$

(D) $\frac{8}{p^6}$

45. फलन $f(t) = t^4$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $\frac{6}{p^5}$

(B) $\frac{24}{p^5}$

(C) $\frac{2}{p^3}$

(D) $\frac{8}{p^6}$

46. Let $\ell[F_1(t)]$ and $\ell[F_2(t)]$ denote the Laplace transform of the functions $F_1(t)$ and $F_2(t)$ respectively, then :

(A) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1(t)] + \ell[F_2(t)]$

(B) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1^2(t)] + \ell[F_2(t)]$

(C) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1(t)] + \ell[F_2^2(t)]$

(D) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1(t)] + \ell^2[F_2(t)]$

46. मान लीजिये कि $\ell[F_1(t)]$ एवं $\ell[F_2(t)]$ फलन $F_1(t)$ तथा $F_2(t)$ के लापलास रूपान्तरण को दर्शाते हैं, तो :

(A) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1(t)] + \ell[F_2(t)]$

(B) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1^2(t)] + \ell[F_2(t)]$

(C) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1(t)] + \ell[F_2^2(t)]$

(D) $\ell[F_1(t) + F_2(t)] = \ell[F_1(t)] + \ell^2[F_2(t)]$

47. The Laplace transform of the function $f(t) = \sin(3t)$ is :

(A) $\frac{1}{p^2+9}$

(B) $\frac{1}{p^2+4}$

(C) $\frac{3}{p^2+9}$

(D) $\frac{1}{p^2+1}$

47. फलन $f(t) = \sin(3t)$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $\frac{1}{p^2+9}$

(B) $\frac{1}{p^2+4}$

(C) $\frac{3}{p^2+9}$

(D) $\frac{1}{p^2+1}$

48. The Laplace transform of the function $f(t) = e^{3t}$ is :

(A) $\frac{1}{s-3}, s > 3$

(B) $\frac{1}{s-1}, s > 1$

(C) $\frac{1}{s-2}, s > 2$

(D) $\frac{1}{s}, s > 0$

48. फलन $f(t) = e^{3t}$ का लापलास रूपान्तरण है :

(A) $\frac{1}{s-3}, s > 3$

(B) $\frac{1}{s-1}, s > 1$

(C) $\frac{1}{s-2}, s > 2$

(D) $\frac{1}{s}, s > 0$

49. Let $f(t) = \ell^{-1}[f(s)]$, where $f(s) = \frac{1}{(s-4)^2}$ denotes the inverse Laplace transform of $f(s)$. Then the function $f(t)$ is :

(A) e^{4t}

(B) e^{2t}

(C) te^{4t}

(D) t^2e^{2t}

50. Let $F(t) = \ell^{-1}[f(s)]$ and $G(t) = \ell^{-1}[f(s)]$ denote the inverse Laplace transforms of the functions $f(s)$ and $g(s)$ respectively. If $(F * G)(t)$ denotes the convolution of the functions $F(t)$ and $G(t)$. Then $(F * G)(t)$ is equal to :

(A) $\int_0^t F(u)G(t-u)du$

(B) $\int_0^t F^2(u)G(t-u)du$

(C) $\int_0^t F(u)G^2(t-u)du$

(D) $\int_0^t F(u)G(t+u)u\,du$

49. मान लीजिये कि $f(t) = \ell^{-1}[f(s)]$, जहाँ $f(s) = \frac{1}{(s-4)^2}$ फलन $f(s)$ के व्युत्क्रम लापलास रूपान्तरण को दर्शाता है। तो फलन $f(t)$ है :

(A) e^{4t}

(B) e^{2t}

(C) te^{4t}

(D) t^2e^{2t}

50. मान लीजिये कि $F(t) = \ell^{-1}[f(s)]$ एवं $G(t) = \ell^{-1}[f(s)]$ क्रमशः फलन $f(s)$ एवं $g(s)$ के व्युत्क्रम लापलास रूपान्तरणों को दर्शातें हैं। यदि $(F * G)(t)$ फलन $F(t)$ एवं $G(t)$ के कान्वोल्यूशन को दर्शाता है। तो $(F * G)(t)$ बराबर है :

(A) $\int_0^t F(u)G(t-u)du$

(B) $\int_0^t F^2(u)G(t-u)du$

(C) $\int_0^t F(u)G^2(t-u)du$

(D) $\int_0^t F(u)G(t+u)u\,du$

*****