MAT 203

B.A./B.Sc. IVth SEMESTER EXAMINATION, 2024-25

MATHEMATICS

(Differential Equations)

महाराजा प्रताप महाविद्यालय
3-5-25
ग्रन्थालय
जंगल धूसड़, गोरखपुर

AFFIX PRESCRIBED RUBBER STAMP

Date (तिथि) : _____

Paper ID
(To be filled in the OMR Sheet)

5476

अनुक्रमांक (अंकों में) :
Roll No. (In Figures) : | | | | | | | | | | | | | | | |

अनुक्रमांक (शब्दों में) : _____

Roll No. (In Words) : _____

Time : 1:30 Hrs. **Max. Marks : 75**
समय : 1:30 घण्टे **अधिकतम अंक : 75**

नोट : पुस्तिका में 50 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।

Important Instructions :

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.
2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।
2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।

1. Degree of a linear differential equation is :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

2. Set of linearly independent solutions of $\frac{d^4y}{dx^4} - \frac{d^2y}{dx^2} = 0$ is :

(A) $\{1, x, e^x, e^{-x}\}$

(B) $\{1, x, e^{-x}, xe^{-x}\}$

(C) $\{1, x, e^x, xe^x\}$

(D) $\{1, x, e^x, xe^{-x}\}$

3. $y = e^{-x}$ is a solution of the differential equation $y'' + Py' + Qy = 0$ if :

(A) $1 - P + Q = 0$

(B) $1 + P + Q = 0$

(C) $1 + P - Q = 0$

(D) $1 - P - Q = 0$

4. If $y = e^{-mx}$ is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$ then :

(A) $m^2 + Pm + Q = 0$

(B) $m - Pm^2 + Q = 0$

(C) $m + Pm^2 + Q = 0$

(D) $m^2 - Pm + Q = 0$

1. एक रैखिक अवकल समीरकरण की घात होती है :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

2. $\frac{d^4y}{dx^4} - \frac{d^2y}{dx^2} = 0$ के रैखिकीय स्वतंत्र हलों का समुच्चय है :

(A) $\{1, x, e^x, e^{-x}\}$

(B) $\{1, x, e^{-x}, xe^{-x}\}$

(C) $\{1, x, e^x, xe^x\}$

(D) $\{1, x, e^x, xe^{-x}\}$

3. अवकल समीकरण $y'' + Py' + Qy = 0$ का एक हल $y = e^{-x}$ है, यदि

(A) $1 - P + Q = 0$

(B) $1 + P + Q = 0$

(C) $1 + P - Q = 0$

(D) $1 - P - Q = 0$

4. यदि $y = e^{-mx}$ अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$ का एक हल है तब :

(A) $m^2 + Pm + Q = 0$

(B) $m - Pm^2 + Q = 0$

(C) $m + Pm^2 + Q = 0$

(D) $m^2 - Pm + Q = 0$

5. Sum of roots of auxiliary equation of $(D^4 - D^2 + 1)y = 0$ is :

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

5. $(D^4 - D^2 + 1)y = 0$ के सहायक समीकरण के मूलों का योग है :

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

6. Sum of squares of roots of auxiliary equation of $(D^4 - a^4)\, y = x^4$ is

(A) a^2

(B) $2a^2$

(C) 0

(D) $3a^2$

6. $(D^4 - a^4)\, y = x^4$ के सहायक समीकरण के मूलों के वर्गों का योग है :

(A) a^2

(B) $2a^2$

(C) 0

(D) $3a^2$

7. The general solution of differential equation $(D - \beta)^2 y = 0$ is :

(A) $y = (c_1 + c_2\, x^2)\, e^{\beta x}$

(B) $y = (c_1 x + c_2\,)\, e^{x}$

(C) $y = (c_1 + c_2\,)\, e^{\beta x}$

(D) $y = (c_1 - c_2\, x)\, e^{\beta x}$

7. अवकल समीकरण $(D - \beta)^2 y = 0$ के सामान्य हल है :

(A) $y = (c_1 + c_2\, x^2)\, e^{\beta x}$

(B) $y = (c_1 x + c_2\,)\, e^{x}$

(C) $y = (c_1 + c_2\,)\, e^{\beta x}$

(D) $y = (c_1 - c_2\, x)\, e^{\beta x}$

8. Let $y = Au + Bv$, where A and B are functions of x, be complete solution obtained by using method of variation of parameters for the differential equation $y'' + Py' + Qy = R$, where P, Q, R are functions of x, and $R \neq 0$. Then A is given by :

(A) $\int^{-} \frac{vR}{uv' - u'v}\, dx + c$

(B) $-vR$

(C) uR

(D) $\int \frac{uR}{uv' - u'v}\, dx + C$

8. मान लीजिए $y = Au + Bv$ जहाँ A और B, x के फलन हैं, समीकरण $y'' + Py' + Qy = R$, जहाँ P, Q, R, x के फलन है, और $R \neq 0$ का हल पैरामीटर की भिन्नता विधि से प्राप्त पूर्ण हल है, तब A निम्न प्रकार दिया गया है :–

(A) $\int^{-} \frac{vR}{uv' - u'v}\, dx + c$

(B) $-vR$

(C) uR

(D) $\int \frac{uR}{uv' - u'v}\, dx + C$

9. Normal form of the differential equation

$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{1}{x^{1/3}}\frac{dy}{dx}+\left(\frac{1}{4x^{2/3}}-\frac{1}{6x^{4/3}}-\frac{6}{x^2}\right)y=0$

Is $\frac{d^2v}{dx^2}+\mathrm{Iv}=\mathrm{S}$, where $y=uv$ is the complete solution of given differential equation. Then. u is :

(A) $e^{-\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}}$

(B) $e^{-\frac{3}{4}x^{2/3}}$

(C) $e^{-x^{1/3}}$

(D) $x^{3/2}$

9. अवकल समीकरण

$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{1}{x^{1/3}}\frac{dy}{dx}+\left(\frac{1}{4x^{2/3}}-\frac{1}{6x^{4/3}}-\frac{6}{x^2}\right)y=0$

का सामान्य रूप $\frac{d^2v}{dx^2}+\mathrm{Iv}=\mathrm{S}$ है, जहाँ $y=uv$ दिये अवकल समीकरण का सम्पूर्ण हल है। तब u है :

(A) $e^{-\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}}$

(B) $e^{-\frac{3}{4}x^{2/3}}$

(C) $e^{-x^{1/3}}$

(D) $x^{3/2}$

10. Complementary function of the differential equation -

$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+2y=x^3$ is :

(A) $e^x(C_1 Cos\, x+C_2 \sin x)$

(B) $e^{-x}(C_1 Cos\, x+C_2 \sin x)$

(C) $(C_1\, x+C_2\, x^2)e^x$

(D) $C_1x+C_2\, x^2$

Where C_1 and C_2 are arbitrary constants

10. अवकल समीकरण

$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+2y=x^3$ का पूरक फलन है :

(A) $e^x(C_1 Cos\, x+C_2 \sin x)$

(B) $e^{-x}(C_1 Cos\, x+C_2 \sin x)$

(C) $(C_1\, x+C_2\, x^2)e^x$

(D) $C_1x+C_2\, x^2$

जहाँ C_1 और C_2 स्वेच्छ अचर हैं।

11. The particular integral of $\frac{d^3y}{dx^3}-y=x^4$ is

(A) x^4+24x

(B) x^4-24

(C) x^4-3

(D) 24

11. $\frac{d^3y}{dx^3}-y=x^4$ का विशिष्ट हल है

(A) x^4+24x

(B) x^4-24

(C) x^4-3

(D) 24

12. Particular integral of $(D^2 - 1)y = x \sin x$, where $D \equiv \frac{d}{dx}$, is

(A) $-\frac{1}{2}(x \sin x + \cos x)$

(B) $-\frac{1}{2} x \sin x + \cos x$

(C) $-\frac{1}{2}(x + 1) \sin x$

(D) $\frac{1}{2}(x + 1) \cos x$

12. $(D^2 - 1)y = x \sin x$, जहाँ $D \equiv \frac{d}{dx}$ का विशिष्ट हल है :

(A) $-\frac{1}{2}(x \sin x + \cos x)$

(B) $-\frac{1}{2} x \sin x + \cos x$

(C) $-\frac{1}{2}(x + 1) \sin x$

(D) $\frac{1}{2}(x + 1) \cos x$

13. For V, a function of x, $\frac{1}{f(D)}(e^{ax}V) =$

(A) $\frac{1}{f(D-a)}V$

(B) $\frac{1}{f(D+a)}V$

(C) $-\frac{1}{f(D+a)}V$

(D) $-\frac{1}{f(D-a)}V$

13. x के फलन V के लिए, $\frac{1}{f(D)}(e^{ax}V) =$

(A) $\frac{1}{f(D-a)}V$

(B) $\frac{1}{f(D+a)}V$

(C) $-\frac{1}{f(D+a)}V$

(D) $-\frac{1}{f(D-a)}V$

14. If $\frac{1}{f(D)}V = U$, then $\frac{1}{f(D)}(1 + V) =$

(A) $1 + xU$

(B) $x + x\,U$

(C) $x + U$

(D) None of the above

14. यदि $\frac{1}{f(D)}V = U$, तो $\frac{1}{f(D)}(1 + V) =$

(A) $1 + xU$

(B) $x + x\,U$

(C) $x + U$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

15. Particular integral of differential equation $(D^2 - 3D + 2)y = e^{5x}$ is :

(A) $\frac{1}{24}e^{5x}$

(B) $-\frac{1}{8}e^{5x}$

(C) $\frac{1}{6}e^{5x}$

(D) $\frac{1}{12}e^{5x}$

15. अवकल समीकरण $(D^2 - 3D + 2)y = e^{5x}$ का विशिष्ट समाकल है :

(A) $\frac{1}{24}e^{5x}$

(B) $-\frac{1}{8}e^{5x}$

(C) $\frac{1}{6}e^{5x}$

(D) $\frac{1}{12}e^{5x}$

16. Which one of the following is not a solution of $(D^3 + \alpha^2 D)\, y = Sin \propto x$

(A) $1 - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

(B) $1 + Cos \propto x - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

(C) $1 - Cos \propto x - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

(D) $x + Cos \propto x - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

16. निम्न में से कौन $(D^3 + \alpha^2 D)\, y = Sin\, \alpha\, x$ का हल नहीं है :

(A) $1 - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

(B) $1 + Cos \propto x - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

(C) $1 - Cos \propto x - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

(D) $x + Cos \propto x - \frac{x}{2\alpha^2} Sin \propto x$

17. The Wronskian W of functions u and v is :

(A) $u\, v' - u'\, v$

(B) $u'\, v' - u\, v$

(C) $(u')^2 - (v')^2$

(D) $u\, v' + u'\, v$

17. फलन u और v का व्रोनस्कियन W है

(A) $u\, v' - u'\, v$

(B) $u'\, v' - u\, v$

(C) $(u')^2 - (v')^2$

(D) $u\, v' + u'\, v$

18. By taking $x = e^z$, differential equation $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$ converts into :

(A) $\frac{d^2y}{dz^2} + y = ze^{-z}$

(B) $\frac{d^2y}{dz^2} + y = ze^{z}$

(C) $\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{dy}{dz} + y = ze^{z}$

(D) $\frac{d^2y}{dz^2} - \frac{dy}{dz} + y = ze^{z}$

18. $x = e^z$ लेने पर अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$ परिवर्तित होता है :

(A) $\frac{d^2y}{dz^2} + y = ze^{-z}$

(B) $\frac{d^2y}{dz^2} + y = ze^{z}$

(C) $\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{dy}{dz} + y = ze^{z}$

(D) $\frac{d^2y}{dz^2} - \frac{dy}{dz} + y = ze^{z}$

19. Which one of the following differential equation is in normal form :

(A) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} = x^2$

(B) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + y = 1$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2} + xy = Sin\, x$

(D) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = x^3$

20. Which one of the following function is a part of complementary function of $x^2y'' + xy' - y = x$

(A) $\log x$

(B) $e^{1/x}$

(C) $x - \frac{1}{x}$

(D) $x^2 + \frac{1}{x}$

21. Complementor function of differential Equation $(x^2D^2 + 3xD + 1)\, y = \frac{1}{(1-x)^2}$ is

(A) $(C_1 + C_2x)\log x$

(B) $(C_1 + C_2 \log x)x^{-1}$

(C) $(C_1x^2 + C_2)log\left(\frac{1}{x}\right)$

(D) $C_1x^{-1} + C_2 \log x$

19. निम्न में से कौन सा अवकल समीकरण सामान्य रूप में है :

(A) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4x\frac{dy}{dx} = x^2$

(B) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + y = 1$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2} + xy = Sin\, x$

(D) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = x^3$

20. निम्न में से कौन सा फलन $x^2y'' + xy' - y = x$ के पूरक फलन का एक हिस्सा है :

(A) $\log x$

(B) $e^{1/x}$

(C) $x - \frac{1}{x}$

(D) $x^2 + \frac{1}{x}$

21. अवकल समीकरण $(x^2D^2 + 3xD + 1)\, y = \frac{1}{(1-x)^2}$ का पूरक फलन है :

(A) $(C_1 + C_2x)\log x$

(B) $(C_1 + C_2 \log x)x^{-1}$

(C) $(C_1x^2 + C_2)log\left(\frac{1}{x}\right)$

(D) $C_1x^{-1} + C_2 \log x$

22. Which one of the following function does not belong to the C.F. of $(x^2D^2 - x\,D + 2)\,y = x\log x$

(A) $x\,cos\,(\log x)$

(B) $x\,sin\,(\log x)$

(C) $x^2\,cos\,(\log x)$

(D) $x\,cos\,(\log x) + x\,sin\,(\log x)$

23. General solution of $(x^2D^2 + x\,D - 4)\,y = 0$ is :

(A) $C_1\,e^{2x} + C_2\,e^{-2x}$

(B) $C_1\,e^{x} + C_2\,e^{-x}$

(C) $C_1\,x^{-2} + C_2\,x^{2}$

(D) $C_1\,x + C_2\,x^{-1}$

24. Which one of the following differential equation is a Cauchy-Euler equation :

(A) $(x^3\,D^3 - x^2\,D^2 + D + 1)\,y = 0$

(B) $(x^3\,D^3 - x^2\,D^2 + x\,D + 1)\,y = Sin\,x$

(C) $(x^3\,D^3 - D^2 + x\,D + 1)\,y = 0$

(D) $(x^3\,D^3 - D^2 + x\,D + 1)\,y = Sin\,x$

22. निम्न में से कौन सा फलन $(x^2D^2 - x\,D + 2)\,y = x\log x$ के पूरक फलन का हिस्सा नहीं है :

(A) $x\,cos\,(\log x)$

(B) $x\,sin\,(\log x)$

(C) $x^2\,cos\,(\log x)$

(D) $x\,cos\,(\log x) + x\,sin\,(\log x)$

23. अवकल समीकरण $(x^2D^2 + x\,D - 4)\,y = 0$ का सामान्य हल है।

(A) $C_1\,e^{2x} + C_2\,e^{-2x}$

(B) $C_1\,e^{x} + C_2\,e^{-x}$

(C) $C_1\,x^{-2} + C_2\,x^{2}$

(D) $C_1\,x + C_2\,x^{-1}$

24. निम्न में से कौन सा अवकल समीकरण एक कोशी–यूलर समीकरण है :

(A) $(x^3\,D^3 - x^2\,D^2 + D + 1)\,y = 0$

(B) $(x^3\,D^3 - x^2\,D^2 + x\,D + 1)\,y = Sin\,x$

(C) $(x^3\,D^3 - D^2 + x\,D + 1)\,y = 0$

(D) $(x^3\,D^3 - D^2 + x\,D + 1)\,y = Sin\,x$

25. Particular integral of $(x^2 D^2 + 2xD)\, y = \log x$

(A) $\frac{1}{2}(\log x)^2 + \log x$

(B) $(\log x)^2 + \frac{1}{2}\log x$

(C) $\frac{1}{2}(\log x)^2 - \log x$

(D) $(\log x)^2 - \frac{1}{2}\log x$

25. $(x^2 D^2 + 2xD)\, y = \log x$ का विशिष्ट समाकलन है :

(A) $\frac{1}{2}(\log x)^2 + \log x$

(B) $(\log x)^2 + \frac{1}{2}\log x$

(C) $\frac{1}{2}(\log x)^2 - \log x$

(D) $(\log x)^2 - \frac{1}{2}\log x$

26. Upon substituting $x = e^z$ in Cauchy-Euler equation, $x^2 \frac{d^2y}{dx^2}$ becomes :

(A) $\frac{d^2y}{dz^2} - \frac{dy}{dz}$

(B) $\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{dy}{dz}$

(C) $\frac{dy}{dz} - \frac{d^2y}{dz^2}$

(D) $\frac{d^2y}{dz^2} - y$

26. कोशी–यूलर समीकरण $x = e^z$ प्रतिस्थापित करने पर $x^2 \frac{d^2y}{dx^2}$ बन जाता है:

(A) $\frac{d^2y}{dz^2} - \frac{dy}{dz}$

(B) $\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{dy}{dz}$

(C) $\frac{dy}{dz} - \frac{d^2y}{dz^2}$

(D) $\frac{d^2y}{dz^2} - y$

27. Which of the following function is not a solution of $x y'' - (2x - 1)\, y' + (x - 1)\, y = 0$

(A) $y = e^x$

(B) $y = 0$

(C) $y \equiv e^{-x}$

(D) $y = e^x \log x$

27. निम्न में से कौन सा फलन $x y'' - (2x - 1)\, y' + (x - 1)\, y = 0$ का एक हल नहीं है :

(A) $y = e^x$

(B) $y = 0$

(C) $y \equiv e^{-x}$

(D) $y = e^x \log x$

28. Which one of the following is an example of Legendre's linear equation :

(A) $(x^2D^2 + (x+1)D + 2)\, y = 0$

(B) $(x^2D^2 - (x+1)D + 2)\, y = 0$

(C) $(-x^2D^2 + (x+1)D + 2)\, y = 0$

(D) $(-(x+1)^2D^2 + (x+1)\,D + 2)\, y = 0$

29. The solutions of the equations $\frac{dx}{z} = \frac{dy}{o} = \frac{dz}{-x}$ are

(A) $x^2 + y^2 = c_1,\ \ z = c_2$

(B) $y = c_1,\ \ x^2 + y^2 = c_2$

(C) $z = c_1,\ x^2 - z^2 = c_2$

(D) $y = c_1,\ \ x^2 + z^2 = c_2$

30. The solutions of the differential equations $\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$ are :

(A) $x^2 - y^2 = c_1, x + y + z = c_2$

(B) $x^2 + y^2 = c_1,\ \frac{x+y}{z} = c_2$

(C) $x^2 + y^2 = c_1, (x+y)\, z = c_2$

(D) $x^2 - y^2 = c_1,\ \frac{x+y}{z} = c_2$

31. Particular integral of the differential equation $\frac{d^4y}{dx^4} - y = e^x \cos x$ is :

(A) $e^x \cos x$

(B) $e^x \sin x$

(C) $-\frac{e^x}{5} \sin x$

(D) $-\frac{e^x}{5} \cos x$

28. निम्नलिखित में से कौन लजान्द्र रैखिक समीकरण का एक उदाहरण है :

(A) $(x^2D^2 + (x+1)D + 2)\, y = 0$

(B) $(x^2D^2 - (x+1)D + 2)\, y = 0$

(C) $(-x^2D^2 + (x+1)D + 2)\, y = 0$

(D) $(-(x+1)^2D^2 + (x+1)\,D + 2)\, y = 0$

29. समीकरणों $\frac{dx}{z} = \frac{dy}{o} = \frac{dz}{-x}$ के हल है :

(A) $x^2 + y^2 = c_1,\ \ z = c_2$

(B) $y = c_1,\ \ x^2 + y^2 = c_2$

(C) $z = c_1,\ x^2 - z^2 = c_2$

(D) $y = c_1,\ \ x^2 + z^2 = c_2$

30. अवकल समीकरणों $\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$ के हल है

(A) $x^2 - y^2 = c_1, x + y + z = c_2$

(B) $x^2 + y^2 = c_1,\ \frac{x+y}{z} = c_2$

(C) $x^2 + y^2 = c_1, (x+y)\, z = c_2$

(D) $x^2 - y^2 = c_1,\ \frac{x+y}{z} = c_2$

31. अवकल समीकरण $\frac{d^4y}{dx^4} - y = e^x \cos x$ का विशिष्ट समाकलन है :

(A) $e^x \cos x$

(B) $e^x \sin x$

(C) $-\frac{e^x}{5} \sin x$

(D) $-\frac{e^x}{5} \cos x$

32. The general solution of $(D^4 + 6D^3 + 9D^2)\, y = 0$, where D stands for $\frac{d}{dx}$, is

(A) $y = (c_1 + c_2\, x)e^x + (c_3 + c_4\, x)e^{-3x}$

(B) $y = (c_1 + c_2\, x) + (c_3 + c_4\, x)e^{-3x}$

(C) $y = (c_1 + c_2\, x)e^{-x} + (c_3 + c_4\, x)e^{3x}$

(D) $y = (c_1 + c_2 x) + (c_3 + c_4 x)e^{3x}$

32. $(D^4 + 6D^3 + 9D^2)\, y = 0$ जहाँ $D = \frac{d}{dx}$ का व्यापक हल है :

(A) $y = (c_1 + c_2\, x)e^x + (c_3 + c_4\, x)e^{-3x}$

(B) $y = (c_1 + c_2\, x) + (c_3 + c_4\, x)e^{-3x}$

(C) $y = (c_1 + c_2\, x)e^{-x} + (c_3 + c_4\, x)e^{3x}$

(D) $y = (c_1 + c_2 x) + (c_3 + c_4 x)e^{3x}$

33. The general solution of $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 8y = 0$ is :

(A) $y = (c_1 + c_2\, x)e^{2x} + c_3\, e^{-2x}$

(B) $y = (c_1 + c_2\, x)e^{-2x} + c_3\, e^{2x}$

(C) $y = c_1 + c_2\, e^{2x} + c_3\, e^{-2x}$

(D) $y = (c_1 + c_2 x + c_3 x^2)e^{2x}$

33. $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 8y = 0$ का व्यापक हल है

(A) $y = (c_1 + c_2\, x)e^{2x} + c_3\, e^{-2x}$

(B) $y = (c_1 + c_2\, x)e^{-2x} + c_3\, e^{2x}$

(C) $y = c_1 + c_2\, e^{2x} + c_3\, e^{-2x}$

(D) $y = (c_1 + c_2 x + c_3 x^2)e^{2x}$

34. The initial value problem $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 12x$ Where $y(0) = 4$, $y'(0) = 1$ has

(A) Exactly two linearly independent solution

(B) Infinitely many solutions

(C) Unique solution

(D) No solution

34. प्रारंभिक मान समस्या $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 12x$ जहाँ $y(0) = 4$, $y'(0) = 1$ के पास है

(A) बिल्कुल दो रैखिक रूप से स्वतन्त्र हल

(B) अनंत रूप से अनेक हल

(C) अद्वितीय हल

(D) कोई हल नहीं

35. Cauchy-Euler form of the differential equation :

$(2x+3)^4\frac{d^4y}{dx^4} - (2x+3)\frac{dy}{dx} + 7y = 0$

When $2x + 3 = t$, is

(A) $8t^4\frac{d^4y}{dx^4} - t\frac{dy}{dx} + 7y = 0$

(B) $8t^4\frac{d^4y}{dt^4} - t\frac{dy}{dt} + 7y = 0$

(C) $16t^4\frac{d^4y}{dt^4} - 2t\frac{dy}{dt} + 7y = 0$

(D) $16t^4\frac{d^4y}{dt^4} - t\frac{dy}{dt} + 7y = 0$

35. अवकल समीकरण

$(2x+3)^4\frac{d^4y}{dx^4} - (2x+3)\frac{dy}{dx} + 7y = 0$ का कॉशी यूलर रूप, जब $2x + 3 = t$, है

(A) $8t^4\frac{d^4y}{dx^4} - t\frac{dy}{dx} + 7y = 0$

(B) $8t^4\frac{d^4y}{dt^4} - t\frac{dy}{dt} + 7y = 0$

(C) $16t^4\frac{d^4y}{dt^4} - 2t\frac{dy}{dt} + 7y = 0$

(D) $16t^4\frac{d^4y}{dt^4} - t\frac{dy}{dt} + 7y = 0$

36. A particular integral of $\left(\frac{d^2y}{dx^2} + 4y\right) = \text{Cos } 2x$ is

(A) $\frac{x}{4}\cos 2x$

(B) $-\frac{x}{4}\cos 2x + \sin 2x$

(C) $\frac{x}{4}\sin 2x + \cos 2x$

(D) $-\frac{x}{4}\sin 2x$

36. $\left(\frac{d^2y}{dx^2} + 4y\right) = \text{Cos } 2x$ का एक विशिष्ट हल है

(A) $\frac{x}{4}\cos 2x$

(B) $-\frac{x}{4}\cos 2x + \sin 2x$

(C) $\frac{x}{4}\sin 2x + \cos 2x$

(D) $-\frac{x}{4}\sin 2x$

37. Which of the following is Euler-Cauchy equation :

(A) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - xy = e^x$

(B) $2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + xy = 0$

(C) $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = \sin x$

(D) $\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = x\sin x$

37. निम्नलिखित में से कौन सा यूलर कॉशी समीकरण है :

(A) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - xy = e^x$

(B) $2\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + xy = 0$

(C) $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = \sin x$

(D) $\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = x\sin x$

38. Let $y = y(x)$ be a solution of $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$ with conditions $y(0) = 1$ and $\lim_{x\to\infty} y(x) = 0$ then $y(x)$ is :

(A) e^{-2x}

(B) e^{-x}

(C) e^{x}

(D) $\frac{1}{1+x^2}$

38. मान लीजिए $y = y(x)$, $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$, शर्तों $y(0) = 1$ और $\lim_{x\to\infty} y(x) = 0$ सहित, का एक हल है। तब $y(x)$ है

(A) e^{-2x}

(B) e^{-x}

(C) e^{x}

(D) $\frac{1}{1+x^2}$

39. General solution $x(t)$ and $y(t)$ of simultaneous differential equation $\frac{dx}{dt} - y = t$, $\frac{dy}{dt} + x = 1$ is :

(A) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t + 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t + t$

(B) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t + 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t - t$

(C) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t + t$

(D) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t - t$

39. युगपत अवकल समीकरण $\frac{dx}{dt} - y = t$, $\frac{dy}{dt} + x = 1$ के सामान्य हल $x(t)$ और $y(t)$ है :

(A) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t + 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t + t$

(B) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t + 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t - t$

(C) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t + t$

(D) $x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - 2, y = c_1 \sin t + c_2 \cos t - t$

40. Which one of the following is not a solution of $\frac{dx}{dt} + y = 0$, $\frac{dy}{dt} + x = 0$

(A) $x \equiv 0, y \equiv 0$

(B) $x = e^t, y = -e^t$

(C) $x = e^{-t}, y = e^{-t}$

(D) $x \equiv 0, y = e^t$

40. निम्न में कौन $\frac{dx}{dt} + y = 0$, $\frac{dy}{dt} + x = 0$ का एक हल नहीं है।

(A) $x \equiv 0,\ y \equiv 0$

(B) $x = e^t,\ y = -e^t$

(C) $x = e^{-t},\ y = e^{-t}$

(D) $x \equiv 0,\ y = e^t$

41. Which of the following is a solution $\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$ of $\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$, $\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$

(A) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} - \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} + \frac{3}{5}t - \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} - \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} - \frac{3}{5}t - \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} + \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} - \frac{3}{5}t - \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} - \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} - \frac{3}{5}t + \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

42. Solution $x(t)$ of $t\frac{dx}{dt} + y = 0$, $t\frac{dy}{dt} + x = 0$ is

(A) $C_1 e^t + C_2 e^{-t}$

(B) $C_1 t^2 + C_2 t^{-2}$

(C) $C_1 t + C_2 t^{-1}$

(D) None of the above

43. Which among the following is not a solution of $\frac{dx}{dt} = -x + 2y$, $\frac{dy}{dt} = 4x + y$

(A) $x(t) = e^{3t}, y(t) = 2e^{3t}$

(B) $x(t) = e^{3t} - e^{-3t}, y(t) = 2e^{3t} + e^{-3t}$

(C) $x(t) = e^{-3t}, y(t) = e^{-3t}$

(D) $x(t) = -e^{-3t}, y(t) = e^{-3t}$

41. निम्न में से कौन $\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$, $\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$ का हल $\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$ नही हैं :

(A) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} - \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} + \frac{3}{5}t - \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} - \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} - \frac{3}{5}t - \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} + \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} - \frac{3}{5}t - \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} \frac{6}{7}e^{2t} - \frac{2}{5} \\ \frac{4}{7}e^{2t} - \frac{3}{5}t + \frac{12}{25} \end{bmatrix}$

42. $t\frac{dx}{dt} + y = 0$, $t\frac{dy}{dt} + x = 0$ का हल $x(t)$ है :

(A) $C_1 e^t + C_2 e^{-t}$

(B) $C_1 t^2 + C_2 t^{-2}$

(C) $C_1 t + C_2 t^{-1}$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

43. निम्न में से कौन $\frac{dx}{dt} = -x + 2y$, $\frac{dy}{dt} = 4x + y$ का हल नहीं है।

(A) $x(t) = e^{3t}, y(t) = 2e^{3t}$

(B) $x(t) = e^{3t} - e^{-3t}, y(t) = 2e^{3t} + e^{-3t}$

(C) $x(t) = e^{-3t}, y(t) = e^{-3t}$

(D) $x(t) = -e^{-3t}, y(t) = e^{-3t}$

44. Which of the following is a solution of $\frac{dx}{dt} = x - 2y$, $\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$

(A) $x(t) \equiv 0,\ y(t) \equiv 0$

(B) $x(t) = \cos 3t, y(t) = \sin 3t$

(C) $x(t) = \sin 3t, y(t) = \cos 3t$

(D) $x(t) = e^{2t}, y(t) = e^{2t}$

45. Let $u(x)$ be the part of complementary function of the differential equation

$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = x(1-x^2)^{1/2}$

Then $u(x)$ is :

(A) x

(B) x^2

(C) x^m

(D) e^x

46. Total differential equations are also known as

(A) Cauchy-Euler equations

(B) Pfaffian differential equations

(C) Legendre's differential equation

(D) Bessel's differential equation

44. निम्न में से कौन सा $\frac{dx}{dt} = x - 2y$, $\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$ का हल है :

(A) $x(t) \equiv 0;\ y(t) \equiv 0$

(B) $x(t) = \cos 3t, y(t) = \sin 3t$

(C) $x(t) = \sin 3t, y(t) = \cos 3t$

(D) $x(t) = e^{2t}, y(t) = e^{2t}$

45. मान लीजिए $u(x)$ अवकल समीकरण $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = x(1-x^2)^{1/2}$ के पूरक फलन का एक भाग है। तब $u(x)$ है :

(A) x

(B) x^2

(C) x^m

(D) e^x

46. संपूर्ण अवकल समीकरणों को नाम से भी जाना जाता है :

(A) कॉशी–यूलर समीकरण

(B) फाफियान अवकल समीकरण

(C) लजान्द्र अवकल समीकरण

(D) बेसेल्स अवकल समीकरण

47. Necessary and sufficient condition for integrability of $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ is

(A) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

(B) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{-\partial N}{\partial y}$

(C) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

(D) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{-\partial N}{\partial x}$

48. Which one of the following is integrable

(A) $(y+z)dx + (x-z)dy + (x+y)dz = 0$

(B) $(y+z)dx + (x+z)dy + (x+y)dz = 0$

(C) $(y-z)dx + (x+z)dy + (x+y)dz = 0$

(D) $(y-z)dx + (x-z)dy + (x+y)dz = 0$

49. Solution of $xdy - ydx - 2x^2z\,dz = 0$ is

(A) $x = y(z^2 + c)$

(B) $y = x(z^2 + c)$

(C) $y = z(x^2 + c)$

(D) $z = y\,(x^2 - c)$

50. The differential equation $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ is said to be exact if

(A) $\frac{\partial P}{\partial y} \neq \frac{\partial Q}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$

(B) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$

(C) $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial z}, \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial x}$

(D) $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$

47. $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ के समाकलनीयता की आवश्यक और पर्याप्त शर्त है

(A) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

(B) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{-\partial N}{\partial y}$

(C) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

(D) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{-\partial N}{\partial x}$

48. निम्नलिखित में से कौन समाकलनीय है :

(A) $(y+z)dx + (x-z)dy + (x+y)dz = 0$

(B) $(y+z)dx + (x+z)dy + (x+y)dz = 0$

(C) $(y-z)dx + (x+z)dy + (x+y)dz = 0$

(D) $(y-z)dx + (x-z)dy + (x+y)dz = 0$

49. $xdy - ydx - 2x^2z\,dz = 0$ का हल है :

(A) $x = y(z^2 + c)$

(B) $y = x(z^2 + c)$

(C) $y = z(x^2 + c)$

(D) $z = y\,(x^2 - c)$

50. अवकल समीकरण $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ को एक्जैक्ट कहा जाता है, यदि

(A) $\frac{\partial P}{\partial y} \neq \frac{\partial Q}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$

(B) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$

(C) $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial z}, \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial x}$

(D) $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$

*****