महाराणा प्रताप महाविद्यालय
3-1-24
ग्रन्थालय
जंगल धूसड़, गोरखपुर

MAT 301

B.A./B.Sc. Vth SEMESTER EXAMINATION, 2023-24

MATHEMATICS

(Ring Theory and Linear Algebra)

AFFIX PRESCRIBED RUBBER STAMP

Date (तिथि) : _____

Paper ID
(To be filled in the OMR Sheet)

1325

अनुक्रमांक (अंकों में) :
Roll No. (In Figures)

अनुक्रमांक (शब्दों में) : _____

Roll No. (In Words) : _____

Time : 1:30 Hrs.
समय : 1:30 घण्टे

Max. Marks : 75
अधिकतम अंक : 75

नोट : पुस्तिका में 50 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।

Important Instructions :

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.
2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।
2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।

Scanned with OKEN Scanner

1. Consider the following statements :

(i) If ring R is commutative then the polynomial ring $R[r]$ is also commutative

(ii) If the ring R has unity then the polynomial ring $R[r]$ also has unity

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Both (i) and (ii) are false

Where the symbols have their usual meanings.

2. Which of the following properties must hold true for a set to be considered a ring ?

(A) Closure under addition and multiplication

(B) Commutativity under addition and multiplication

(C) Existence of additive and multiplicative inverses

(D) All of the above

1. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) यदि वलय R क्रमविनिमेय है तो बहुपद वलय $R[r]$ भी क्रमविनिमेय है

(ii) यदि वलय R में इकाई है तो बहुपद वलय $R[r]$ में भी इकाई है

तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ है।

2. निम्न गुणों में से कौन–कौन से गुण समुच्चय को एक रिंग बनने के लिए सत्य होना चाहिए ?

(A) जोड़ और गुणन के अंतर्निहित होना

(B) जोड़ और गुणन के अदलबदली होना

(C) योगात्मक व गुणात्मक व्युत्क्रम का होना

(D) उपरोक्त सभी

Scanned with OKEN Scanner

3. The characteristic of the ring $(Z_6, +_6, \times_6)$ of integers modulo 6 is :

(A) 0

(B) 6

(C) 12

(D) 3

4. Which of the following is a prime field :

(A) $(R, +, .)$

(B) $(C, +, .)$

(C) $(Q, +, .)$

(D) $(Z, +, .)$

5. The homomorphism ϕ of rings R onto R′ is an isomorphism iff the kernel of ϕ is :

(A) Ker $\phi = \{0\}$

(B) Ker ϕ = R

(C) Ker ϕ = R′

(D) None of these

6. Let $\mathbb{Z}_4[r]$ be the ring of polynomials over $\mathbb{Z}_4$, the ring of integer modulo 4. Consider the polynomials :

$f(r) = 2x^3 + 3r + 2$ and

$g(r) = 2x^2 + 3x$ in $\mathbb{Z}_4[x]$.

Then the degree of $f(r)g(r)$ in $\mathbb{Z}_4(r)$ is :

(A) 2

(B) 3

(C) 5

(D) 4

3. $(Z_6, +_6, \times_6)$ का अभिलाक्षणिक क्या है ?

(A) 0

(B) 6

(C) 12

(D) 3

4. निम्न में से कौन अभाज्य फील्ड है :

(A) $(R, +, .)$

(B) $(C, +, .)$

(C) $(Q, +, .)$

(D) $(Z, +, .)$

5. ϕ: R → R′ एक समरूप फलन होगा यदि और केवल यदि :

(A) Ker $\phi = \{0\}$

(B) Ker ϕ = R

(C) Ker ϕ = R′

(D) इनमें से कोई नहीं

6. मान लीजिये कि $\mathbb{Z}_4[r]$ पूर्णांक माड्यूलो 4 के वलय $\mathbb{Z}_4$ पर एक बहुपद वलय है $\mathbb{Z}_4[r]$ में निम्नलिखित बहुपदों पर विचार कीजिये :

$f(r) = 2x^3 + 3r + 2$ एवं

$g(r) = 2x^2 + 3x$

तो $\mathbb{Z}_4(r)$ में $f(r)g(r)$ की घात है

(A) 2

(B) 3

(C) 5

(D) 4

Scanned with OKEN Scanner

7. The quotient ring $Z[x]/< x^2 + 1 >$ is :

(A) Isomorphic to the complex numbers

(B) Isomorphic to Z_2

(C) Isomorphic to Z_3

(D) Isomorphic to $Z[i]$

7. भाजन रिंग $Z[x]/< x^2 + 1 >$ है :

(A) सम्मिश्र संख्याओं के समरूप

(B) Z_2 के समरूप

(C) Z_3 के समरूप

(D) $Z[i]$ के समरूप

8. Consider the following polynomials $f(r) = x^4 + \sqrt{3}x^2 + \sqrt{2}x + 3$ and $g(r) = x^4 - \sqrt{3}x^2 - \sqrt{2}x + 3$

Then :

(A) $f(r) + g(r) \in Q[r]$

(B) $f(r) - g(r) \in Q[r]$

(C) $f(r) \notin Q[r]$ *but* $g(r) \in Q[r]$

(D) $g(r) \in Q[r]$

Where $Q[r]$ be the ring of polynomials over the field of rational numbers Q.

8. निम्नलिखित बहुपदों पर विचार कीजिये $f(r) = x^4 + \sqrt{3}x^2 + \sqrt{2}x + 3$ एवं $g(r) = x^4 - \sqrt{3}x^2 - \sqrt{2}x + 3$ तो :

(A) $f(r) + g(r) \in Q[r]$

(B) $f(r) - g(r) \in Q[r]$

(C) $f(r) \notin Q[r]$ लेकिन $g(r) \in Q[r]$

(D) $g(r) \in Q[r]$

जहाँ $Q[r]$ परिमेय संख्याओं के क्षेत्र Q पर बहुपद वलय है।

Scanned with OKEN Scanner

9. Let $\mathbb{Z}[r]$, $Q[r]$ denote the ring of polynomials over the ring of integers $\mathbb{Z}$ and the ring of rational numbers respectively. Consider the following polynomials

$f(r) = x^2 + r + 2, g(r) = x^2 + \sqrt{2}x + 4h(r) = x^3 + \frac{7x^2}{3} + \frac{8}{9}$,

$e(x) = x^2 + ix + i^2 = -1$

Then :

(A) $f(r), g(r) \in \mathbb{Z}[r]$

(B) $g(r), h(r) \in Q[r]$

(C) $g(r), l(r) \in Q[r]$

(D) $f(r), h(r) \in Q[r]$ but $g(r), l(r) \notin Q[r]$

10. Consider the ring $R = Z[x]/< x^2 + 1 >$ Then :

(A) R is a field

(B) R is an integral domain

(C) R is not an integral domain

(D) R is not a UFD

11. Which of the following is not a property of a principal ideal domain (PID) ?

(A) Every ideal is generated by a single element

(B) Every ideal is a prime ideal

(C) Every prime deal is a maximal ideal

(D) Every ideal is a principal ideal

9. मान लीजिये कि $\mathbb{Z}[r]$ एवं $Q[r]$ क्रमशः पूर्णांकों के वलय $\mathbb{Z}$ तथा परिमेय संख्या के वलय Q पर बहुपदवलयों को दर्शाते हैं निम्नलिखित बहुपदों पर विचार कीजिये :

$f(r) = x^2 + r + 2, g(r) = x^2 + \sqrt{2}x + 4h(r) = x^3 + \frac{7x^2}{3} + \frac{8}{9}$,

$e(x) = x^2 + ix + i^2 = -1$

तो :

(A) $f(r), g(r) \in \mathbb{Z}[r]$

(B) $g(r), h(r) \in Q[r]$

(C) $g(r), l(r) \in Q[r]$

(D) $f(r), h(r) \in Q[r]$ लेकिन $g(r), l(r) \notin Q[r]$

10. रिंग $R = Z[x]/< x^2 + 1 >$ तब :

(A) R एक फिल्ड है

(B) R एक पूर्ण डोमेन है

(C) R एक पूर्ण डोमेन नहीं है

(D) R एक UFD नहीं है

11. निम्नलिखित में से कौन सा गुण PID का गुण नहीं है ?

(A) प्रत्येक आइडियल एक अकेले तत्व द्वारा जनित होता है

(B) प्रत्येक आइडियल अभाज्य आइडियल है

(C) प्रत्येक अभाज्य आइडियल अधिकतम आइडियल है

(D) प्रत्येक आइडियल एक मुख्य आइडियल है

Scanned with OKEN Scanner

12. Consider the following statements :

(i) Let $M_{2\times2}(\mathbb{Z})$ be the set of all 2×2 matrices with entries from the ring of integers $\mathbb{Z}$.

Then $M_{2\times2}(\mathbb{Z})$ is an integral domain under the operations of matrix addition and multiplication.

(ii) The set $\mathbb{Z}_6 = \{0,1,2,3,4,5\}$ is a field under addition and multiplication modulo 6.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Both (i) and (ii) are false

13. Which of the following rings is not a Unique factorization domain (UFD) ?

(A) Z

(B) $Z[i]$

(C) $Z[x]$

(D) $Z[\sqrt{-5}]$

12. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) मान लीजिये कि $M_{2\times2}(\mathbb{Z})$ सभी पूर्णांको के सचुच्चय $\mathbb{Z}$ से प्रविष्टियों के साथ 2×2 के सभी आव्यूहों का समुच्चय है तो $M_{2\times2}(\mathbb{Z})$ आव्यूह जोड़ एवं गुणनफल की संक्रियाओं के तहत एक पूर्णांकीय प्रांत है।

(ii) समुच्चय $\mathbb{Z}_6 = \{0,1,2,3,4,5\}$ जोड़ एवं गुणनफल माड्यूलो 6 के तहत एक क्षेत्र है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य है

13. निम्नलिखित वलयों में से कौन सा UFD नहीं है ?

(A) Z

(B) $Z[i]$

(C) $Z[x]$

(D) $Z[\sqrt{-5}]$

Scanned with OKEN Scanner

14. Choose the correct statements :

(A) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ is a field having two elements

(B) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ is a field having four elements

(C) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ is not a field

(D) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ is not a ring

Where symbols have their usual meanings.

15. Which of the following is a Euclidean domain ?

(A) Integers (Z)

(B) Polynomials with real coefficients

(C) Complex numbers

(D) Matrices with real entries

16. Consider the following statements :

(i) Let a, b, c belong to an integral domain. If $a \neq 0$ and $ab = ac$, then $b = c$.

(ii) A finite integral domain is a field.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Both (i) and (ii) are true

(C) Only (ii) is true

(D) Both (i) and (ii) are false

14. सही कथन का चयन कीजिये :

(A) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ एक क्षेत्र है जिसमें दो तत्व है

(B) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ एक क्षेत्र है जिसमें चार तत्व है

(C) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ एक क्षेत्र नहीं है

(D) $\frac{\mathbb{Z}[i]}{<1+i>}$ एक वलय नहीं है

जहाँ प्रतीकों को अपने सामान्य अर्थ है।

15. निम्नलिखित में से कौन सा रिंग यूक्लिडियन डोमेन है ?

(A) पूर्णांक (Z)

(B) वास्तविक गुणांक वाले बहुपद

(C) जटिल संख्याएँ

(D) वास्तविक प्रविष्टियों के साथ मैट्रिक्स

16. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) मान लीजिये कि a, b, c एक पूर्णांकीय क्षेत्र के सदस्य है। यदि $a \neq 0$ एवं $ab = ac$ है तो $b = c$ है।

(ii) एक परिमित पूर्णांकीय क्षेत्र एक क्षेत्र है।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं

(C) केवल (ii) सत्य है

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

Scanned with OKEN Scanner

17. If W_1 and W_2 are two subspaces of V(F) then $W_1 \cup W_2$ is also a subspace if :

(A) $W_1 - W_2 = \{0\}$

(B) $W_1 \sqsubseteq W_2$

(C) $W_1 \cap W_2 = \phi$

(D) None of these

18. Consider the following statements :

(i) The polynomial $f(r) = zx^2 + 4$ is irreducible over Q.

(ii) The polynomial $f(r) = x^2 - 4$ is reducible over $\mathbb{Z}$.

Where Q is the set of all rational numbers and $\mathbb{Z}$ is the set of all integers.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Both (i) and (ii) are false

17. यदि W_1 तथा W_2, V(F) के दो उपसमष्टि हो तब $W_1 \cup W_2$ भी एक उपसमष्टि होगा यदि :

(A) $W_1 - W_2 = \{0\}$

(B) $W_1 \sqsubseteq W_2$

(C) $W_1 \cap W_2 = \phi$

(D) इनमें से कोई नहीं

18. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) बहुपद $f(r) = zx^2 + 4$, Q पर अखण्डनीय है।

(ii) बहुपद $f(r) = x^2 - 4$ $\mathbb{Z}$ पर खण्डनीय है।

जहाँ Q सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय है एवं $\mathbb{Z}$ सभी पूर्णांक का समुच्चय है तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

Scanned with OKEN Scanner

19. Consider the following statements :

(i) In an integral domain, every prime is an irreducible.

(ii) 2 is not irreducible in $\mathbb{Z}[i]$

Where the symbols have their usual meanings.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Both (i) and (ii) are false

20. In which of the following alternatives, a subset W of the vector space R (R) is not a subspace ?

(A) $W = \{(a, b, O) : a, b \in R\}$

(B) $W = \{(a, b, c) : a + b + c = 0\}$

(C) $W = \{(a, b, c) : a + b + c = 1\}$

(D) $W = \{(a, 0, 0) : a \in R\}$

21. Choose the correct statement :

(A) 2 is a zero divisor of $\mathbb{Z}_3$

(B) 3 is a zero divisor of $\mathbb{Z}_5$

(C) 4 is a zero divisor of $\mathbb{Z}_5$

(D) $\mathbb{Z}_3$ has no zero divisors

Where the symbols have their usual meanings.

19. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) एक पूर्णांकीय प्रांत में, प्रत्येक अभाज्य एक अखण्डनीय है।

(ii) 2, $\mathbb{Z}[i]$ में अखण्डनीय नहीं है।

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य है

20. निम्न में से कौन सा उपसमुच्चय R (R) का एक उपसमष्टि है :

(A) $W = \{(a, b, O) : a, b \in R\}$

(B) $W = \{(a, b, c) : a + b + c = 0\}$

(C) $W = \{(a, b, c) : a + b + c = 1\}$

(D) $W = \{(a, 0, 0) : a \in R\}$

21. सही कथन का चयन कीजिये :

(A) 2, $\mathbb{Z}_3$ का शून्य भाजक है

(B) 3, $\mathbb{Z}_5$ का शून्य भाजक है

(C) 4, $\mathbb{Z}_5$ का शून्य भाजक है

(D) $\mathbb{Z}_3$ में कोई शून्य भाजक नहीं है

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

Scanned with OKEN Scanner

22. If the set of vectors $(0,1,a)$, $(1,a,1)$, $(a,1,0)$ of $V_3(R)$ are linearly dependent, then the values of 'a' are :

(A) 1,2,3

(B) $0, \pm i\sqrt{3}$

(C) $0, \pm\sqrt{2}$

(D) $0,3 \pm \sqrt{2}$

22. यदि $V_3(R)$ के सदिशों $(0,1,a)$, $(1,a,1)$, $(a,1,0)$ का समुच्चय रैखिक निर्भर हो तो 'a' का मान होगा :

(A) 1,2,3

(B) $0, \pm i\sqrt{3}$

(C) $0, \pm\sqrt{2}$

(D) $0,3 \pm \sqrt{2}$

23. Consider the following statements :

(i) In a principal ideal domain, an element is prime iff it is irreducible.

(ii) Every Euclidean domain is a principal ideal domain.

Then :

(A) Both (i) and (ii) are true

(B) Both (i) and (ii) are false

(C) Only (i) is true

(D) Only (ii) is true

23. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) प्रमुख गुणजावली प्रांत में, एक अवयव अभाज्य है यदि और केवल यदि यह अखण्डनीय है।

(ii) प्रत्येक यूक्लिडियन प्रांत एक प्रमुख गुणजावली प्रांत है।

तो :

(A) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं

(B) (i) एवं (ii) दोनों असत्य है

(C) केवल (i) सत्य हैं

(D) केवल (ii) सत्य है

Scanned with OKEN Scanner

24. Consider the following statements :

(i) The polynomial $f(r) = x^5 + 4x^2 + 2$ is irreducible over Q.

(ii) The polynomial $f(r) = x^3 + 9x^2 + 3$ is irreducible over Q.

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Both (i) and (ii) are false

Where Q is the field of all rational numbers.

24. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) बहुपद $f(r) = x^5 + 4x^2 + 2$, Q पर अखण्डनीय है

(ii) बहुपद $f(r) = x^3 + 9x^2 + 3$, Q पर अखण्डनीय है

तो :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य है

(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

जहाँ Q सभी परिमेय संख्याओं का क्षेत्र है।

25. The subset $\left\{\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}\right\}$ of $Mat_{2\times2}$ (R) is :

(A) Linearly independent

(B) Linearly dependent

(C) Neither Linearly independent nor dependent

(D) A basis

25. $Mat_{2\times2}$ (R) का उपसमुच्चय $\left\{\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}\right\}$ है :

(A) रैखिक स्वतन्त्र

(B) रैखिक निर्भर

(C) न तो रैखिक स्वतन्त्र और न ही रैखिक निर्भर

(D) एक आधार

Scanned with OKEN Scanner

26. Let W_1 and W_2 be two subspaces of a vector space V. Then :

(A) $W_1 + W_2 = span\ (W_1 \cup W_2)$

(B) $W_1 + W_2 = W_1 \cup W_2$

(C) $W_1 + W_2 = W_1 \cap W_2$

(D) $W_1 - W_2 = span\ (W_1 \cap W_2)$

27. Which of the following is linear transformation from R^2 *to* R^2.

(A) $T(x, y) = (x + 1, y)$

(B) $T(x, y) = (x + y,\ x - y)$

(C) $T(x, y) = (x^2, y)$

(D) $T(x, y) = (x - y, y + 2)$

28. If V is finite dimensional vectors space and W_1 and W_2 are disjoint subspaces.

Then dim $(W_1 + W_2)$ is :

(A) 2 dim W_1 + dim W_2 − dim $(W_1 \cap W_2)$

(B) dim W_1 + 2 dim W_2 + dim $(W_1 \cap W_2)$

(C) dim W_1 + dim W_2

(D) dim W_1 − dim W_2 − dim $(W_1 \cap W_2)$

26. यदि W_1 और W_2 समष्टि V के दो उपसमष्टि हों, तो :

(A) $W_1 + W_2 = span\ (W_1 \cup W_2)$

(B) $W_1 + W_2 = W_1 \cup W_2$

(C) $W_1 + W_2 = W_1 \cap W_2$

(D) $W_1 - W_2 = span\ (W_1 \cap W_2)$

27. निम्न में से कौन R^2 से R^2 में एक रैखिक फलन है:

(A) $T(x, y) = (x + 1, y)$

(B) $T(x, y) = (x + y,\ x - y)$

(C) $T(x, y) = (x^2, y)$

(D) $T(x, y) = (x - y, y + 2)$

28. यदि समष्टि V परिमित वीमिय है, और W_1 व W_2 दो विसंधित उपसमष्टि हैं।

तब dim $(W_1 + W_2)$ है :

(A) 2 dim W_1 + dim W_2 − dim $(W_1 \cap W_2)$

(B) dim W_1 + 2 dim W_2 + dim $(W_1 \cap W_2)$

(C) dim W_1 + dim W_2

(D) dim W_1 − dim W_2 − dim $(W_1 \cap W_2)$

Scanned with OKEN Scanner

29. The matrix representation of the bilinear form on $V_2(R)$ defined by $f((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1, y_1 + x_2\, y_2$ with respect to the ordered basis $B = \{(1,-1), (1,1)\}$ of $V_2(R)$ is :

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

30. The dimension of $\not\subset$ (IR) is :

(A) 3

(B) 2

(C) 1

(D) 4

31. Consider the following statements :

If V and W be vector spaces of equal (finite) dimension, and $T: V \to W$ be linear. Consider :

(i) T is one-one

(ii) Rank $(T) = dim(V)$

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Neither (i) nor (ii) is true

29. $V_2(R)$ के द्विरैखिक रूप $f((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1, y_1 + x_2\, y_2$ का क्रमित आधार, $B = \{(1,-1), (1,1)\}$ के लिए आव्यूह प्रस्तुति है :

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

30. $\not\subset$ (IR) की विमा है :

(A) 3

(B) 2

(C) 1

(D) 4

31. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए : यदि V और W सदिश समष्टि, समान वीमिय (परिमित) हैं। और $T: V \to W$ रैखिक हों। विचार करें :

(i) T एकैकी है

(ii) Rank $(T) = dim(V)$

तब :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) और (ii) दोनों सत्य है

(D) न तो (i) और न ही (ii) सत्य हैं

Scanned with OKEN Scanner

32. The symmetric matrix that corresponds to the quadratic form $q(x,y,z) = 3x^2 + 4xy - y^2 + 8xz - 6yz + z^2$ is :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & -3 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

33. Let $T : \mathrm{IR}^2 \to \mathrm{IR}^2$ be a linear transformation whose matrix representation with respect to standard basis is : $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

Then $T(a,b)$ is :

(A) $(a+2b, a-2b)$

(B) $(a+2b, -a+2b)$

(C) $(a-2b, a+2b)$

(D) $(a+2b, -a-2b)$

34. The No. of onto linear transformation $T : IR^5 \to IR^7$ is :

(A) 7

(B) 5

(C) 2

(D) 0

32. द्विघातीय रूप $q(x,y,z) = 3x^2 + 4xy - y^2 + 8xz - 6yz + z^2$ से संबंधित सममित आव्यूह है :

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & -3 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$

33. मान लीजिए $T : \mathrm{IR}^2 \to \mathrm{IR}^2$ एक रैखिक प्रतिचित्रण है जिसका मानक आधार के सापेक्ष आव्यूह निरूपण $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है

तब $T(a,b)$ है :

(A) $(a+2b, a-2b)$

(B) $(a+2b, -a+2b)$

(C) $(a-2b, a+2b)$

(D) $(a+2b, -a-2b)$

34. $T : IR^5 \to IR^7$ आच्छादक रैखिक रूपान्तरणों की संख्या है :

(A) 7

(B) 5

(C) 2

(D) 0

Scanned with OKEN Scanner

35. If x and y are two vectors in a real inner product space and if $||x|| = ||y||$, then $< x+y, x-y > \lambda =$ is :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) -1

36. Consider the following subsets of IR^3,

$$W_1 = \left\{(x,y,z) \epsilon IR^3 \middle| \frac{x+y}{z} = 1\right\}$$

$$W_2 = \{(x,y,z) \in IR^3 | 2x - 7y + 3z = 0\}$$

$$W_3 = \{(x,y,z) \in IR^3 | x^2 + y^2 = 0\}$$

$$W_4 = \{(x,y,z) \in IR^3 | 5x^2 + 2y^2 = 1 + z^2\}$$

Then which of the following are subspaces of IR^3-

(A) W_1, W_2, W_3

(B) W_2, W_3

(C) W_1, W_3

(D) W_2 only

35. यदि एक वास्तविक आंतरिक गुणन समष्टि में x और y दो सदिश इस प्रकार हों कि $||x|| = ||y||$, तब $< x+y, x-y > \lambda =$:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) -1

36. IR^3 के निम्नलिखित उपसमुच्चयों पर विचार करें,

$$W_1 = \left\{(x,y,z) \epsilon IR^3 \middle| \frac{x+y}{z} = 1\right\}$$

$$W_2 = \{(x,y,z) \in IR^3 | 2x - 7y + 3z = 0\}$$

$$W_3 = \{(x,y,z) \in IR^3 | x^2 + y^2 = 0\}$$

$$W_4 = \{(x,y,z) \in IR^3 | 5x^2 + 2y^2 = 1 + z^2\}$$

तब निम्नलिखित में कौन IR^3 के उपसमष्टि हैं –

(A) W_1, W_2, W_3

(B) W_2, W_3

(C) W_1, W_3

(D) W_2 केवल

Scanned with OKEN Scanner

37. Consider the following statements :

(i) If V is finite dimensional vector space. Then dim $(V^*) = dim\ (V)$, where V^* is dual space of V

(ii) Every linear functional $f: \mathrm{IR}^2 \to IR$ is $f(x, y) = a\,x + by$ for some a and b in IR

Then:

(A) Only (i) is correct

(B) Only (ii) is correct

(C) Both (i) and (ii) are correct

(D) Neither (i) nor (ii) is correct

37. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

(i) यदि V एक परिमित वीमिय सदिश समष्टि है, तब dim $(V^*) = dim\ (V)$, जहाँ V^*, V का दोहरी समष्टि है

(ii) प्रत्येक रैखिक फलनक $f: \mathrm{IR}^2 \to IR$ $f(x, y) = a\,x + by$ है IR में कुछ a और b के लिए

तब :

(A) केवल (i) सही है

(B) केवल (ii) सही है

(C) (i) और (ii) दोनों सही है

(D) न तो (i) और न ही (ii) सही है

38. $f : \mathrm{IR}^2 \times \mathrm{IR}^2 \to \mathrm{IR}$ is a bilinear form on IR^2 if $f\big((a_1, a_2), (b_1, b_2)\big)$ is :

(A) $a_1a_2 + b_1b_2$

(B) $a_1b_2 + a_2b_1$

(C) $a_1b_2 + a_1a_2$

(D) $a_1a_2 - b_1b_2$

38. $f : \mathrm{IR}^2 \times \mathrm{IR}^2 \to \mathrm{IR}$ एक द्विरैखिक प्रारूप है IR^2 पर, यदि $f\big((a_1, a_2), (b_1, b_2)\big)$ है :

(A) $a_1a_2 + b_1b_2$

(B) $a_1b_2 + a_2b_1$

(C) $a_1b_2 + a_1a_2$

(D) $a_1a_2 - b_1b_2$

Scanned with OKEN Scanner

39. Consider the following statements :

(i) Every orthogonal set of non zero vectors is linearly independent

(ii) A set containing zero vector can not be orthogonal

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) & (ii) are true

(D) Neither (i) nor (ii) is true

40. Let V be an inner product space and $x, y \in V$. Then $||x+y||^2 + ||x-y||^2$ is :

(A) $||x||^2 + ||y||^2$

(B) $2||x||^2 - 2||y||^2$

(C) $2||x||^2 + 2||y||^2$

(D) $||x||^2 - ||y||^2$

41. Choose the correct statement :

(A) Matrix $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ is not diagonalizable

(B) Matrix $B_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ is not diagonalizable

(C) Matrix $B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ is not diagonalizable

(D) Matrix $B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ is diagonalizable

39. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

(i) गैर शून्य सदिशों का प्रत्येक लाम्बिक समुच्चय रैखिक स्वतंत्र है

(ii) शून्य सदिश रखने वाला एक समुच्चय लाम्बिक नहीं हो सकता है

तब :

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) व (ii) दोनों सत्य है

(D) न तो (i) न ही (ii) सत्य है

40. मान लीजिए V एक आन्तरिक उत्पाद स्थान है, और $x, y \in V$ तब $||x+y||^2 + ||x-y||^2$ है :

(A) $||x||^2 + ||y||^2$

(B) $2||x||^2 - 2||y||^2$

(C) $2||x||^2 + 2||y||^2$

(D) $||x||^2 - ||y||^2$

41. सही कथन का चयन कीजिये :

(A) आव्यूह $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ विकर्णीय नहीं है

(B) आव्यूह $B_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ विकर्णीय नहीं है

(C) आव्यूह $B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ विकर्णीय नहीं है

(D) आव्यूह $B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ विकर्णीय है

Scanned with OKEN Scanner

42. In IR^4, let $w_1 = (1,0,1,0)$ $w_2 = (1,1,1,1)$, and $w_3 = (0,1,2,1)$. The ortho normalize set of $\{w_1, w_2, w_3\}$ is $\{4_1, 4_2, 4_3\}$.
Then 4_2 is :

(A) $(0,1,0,1)$

(B) $(1,0,1,0)$

(C) $(-1,0,-1,0)$

(D) $(-1,0,1,0)$

43. Let $T: V_2(R) \to V_3(R)$ be a linear transformation defined by $T(x,y) = (x+y, x-y, y), \forall x, y \in V_2(R)$ Then ρ(T) is:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

44. Let $T: R^2 \to R^2$ be a linear transformation such that $T(2,3) = (4,5)$ and $T(1,0) = (0,0)$. Then $T(x,y) =$ is :

(A) $\left(\frac{4x}{3}, \frac{5y}{3}\right)$

(B) $\left(\frac{4y}{3}, \frac{4x}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{4y}{3}, \frac{x}{3}\right)$

(D) $\left(\frac{4y}{3}, \frac{5y}{3}\right)$

42. IR^4 में, मान लीजिए $w_1 = (1,0,1,0)$ $w_2 = (1,1,1,1)$, और $w_3 = (0,1,2,1)$ प्रसामान्य लाम्बिकरण समुच्चय $\{w_1, w_2, w_3\}$ का $\{4_1, 4_2, 4_3\}$ है।
तब 4_2 है :

(A) $(0,1,0,1)$

(B) $(1,0,1,0)$

(C) $(-1,0,-1,0)$

(D) $(-1,0,1,0)$

43. यदि $T: V_2(R) \to V_3(R)$ एक रैखिक फलन है तथा $T(x,y) = (x+y, x-y, y), \forall x, y \in V_2(R)$
तब ρ(T) होगा :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

44. यदि $T: R^2 \to R^2$ एक रैखिक फलन इस प्रकार है कि $T(2,3) = (4,5)$ तथा $T(1,0) = (0,0)$ तब $T(x,y) =$:

(A) $\left(\frac{4x}{3}, \frac{5y}{3}\right)$

(B) $\left(\frac{4y}{3}, \frac{4x}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{4y}{3}, \frac{x}{3}\right)$

(D) $\left(\frac{4y}{3}, \frac{5y}{3}\right)$

Scanned with OKEN Scanner

45. If V is a finite dimensional vector space and V^* is its dual and V^{**} is the dual of V^* then :

(A) V is isomorphic to V^* but not to V^{**}

(B) V is isomorphic to V^{**} but not to V^*

(C) V is isomorphic to both V^* and V^{**}

(D) None of these

46. Which one of the following is not a basis of $R^3(R)$?

(A) $\{(1,2,3),(-1,-2,0),(0,0,-3)\}$

(B) $\{(1,-1,-1),(-1,1,-1),(-1,-1,1)\}$

(C) $\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$

(D) $\{(1,2,3),(2,1,3),(3,1,2)\}$

47. Which of the following is not True :

(A) The empty set is a subspace of every vector space

(B) There is a vector space which has exactly two subspaces

(C) Intersection of a subset with a subspace need not be a subspace

(D) Zero of subspace is the zero of vector space

45. यदि V एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है तथा V^* इसका डुअल है और V^{**}, V^* का डुअल हो, तब :

(A) $V \cong V^*$ परन्तु $V \ncong V^{**}$

(B) $V \cong V^{**}$ परन्तु $V \ncong V^*$

(C) $V \cong V^*$ तथा $V \ncong V^{**}$

(D) इनमें से कोई नहीं

46. निम्न में से कौन सा समुच्चय $R^3(R)$ का बेसिस नहीं है ?

(A) $\{(1,2,3),(-1,-2,0),(0,0,-3)\}$

(B) $\{(1,-1,-1),(-1,1,-1),(-1,-1,1)\}$

(C) $\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$

(D) $\{(1,2,3),(2,1,3),(3,1,2)\}$

47. निम्नलिखित में कौन सत्य नहीं है :

(A) रिक्त समुच्चय प्रत्येक सदिश समष्टि का एक उपसमष्टि है

(B) एक ऐसा सदिश समष्टि है जिसके ठीक दो उपसमष्टि हैं

(C) एक उपसमुच्चय और उपसमष्टि का प्रतिच्छेद आवश्यक नहीं है कि एक उपसमष्टि हो

(D) उपसमष्टि का शून्य समष्टि का ही शून्य होता है

Scanned with OKEN Scanner

48. If u, v, w are linearly independent rectors. Then :

(A) $\{u+v, u-v, u+v+w\}$ is Linearly independent set

(B) $\{u+v, 2u+v, u-v\}$ is linearly independent

(C) $\{u, u+v, u+v+w\}$ is linearly dependent

(D) $\{u, v+w, v-w\}$ is Linearly dependent

49. Consider the following statement:

(i) There exists a linear transformation $T : IR^3 \rightarrow IR^2$ such that $T(1,0,1) = (1,0)$ & $T(2,0,2) = (0,2)$

(ii) There exists a linear transformation $T: IR^2 \rightarrow IR^3$ such that $T(1,0) = (1,1,1)$ and $T(0,1) = (2,2,2)$

Then :

(A) Only (i) is true

(B) Only (ii) is true

(C) Both (i) and (ii) are true

(D) Neither (i) nor (ii) is true

48. यदि u, v, w रैखिक स्वतंत्र सदिश हैं तब :

(A) $\{u+v, 4-v, u+v+w\}$ रैखिक स्वतंत्र सदिश हैं

(B) $\{u+v, 2u+v, u-v\}$ रैखिक स्वतंत्र है

(C) $\{u, u+v, u+v+w\}$ रैखिक परतंन्त्र है

(D) $\{u, v+w, v-w\}$ रैखिक परतंत्र है

49. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

(i) एक रैखिक रूपान्तरण $T : IR^3 \rightarrow IR^2$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि $T(1,0,1) = (1,0)$ और $T(2,0,2) = (0,2)$

(ii) एक रैखिक रूपान्तरण $T: IR^2 \rightarrow IR^3$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि $T(1,0) = (1,1,1)$ और $T(0,1) = (2,2,2)$

तब

(A) केवल (i) सत्य है

(B) केवल (ii) सत्य है

(C) (i) और (ii) दोनों सत्य है

(D) न तो (i) न ही (ii) सत्य है

Scanned with OKEN Scanner

50. Consider the following statements :

(i) $\dim\left(Hom\left(P_2(\mathrm{IR}), P_3(\mathrm{IR})\right)\right) = 6$

(ii) $\dim\left(\mathrm{Hom}(\mathrm{IR}^3, \mathrm{M}_{2\times 2}(\mathrm{IR})\right) = 12$

Then :

(A) Only (i) is correct

(B) Only (ii) is correct

(C) Both (i) and (ii) are correct

(D) Neither (i) not (ii) is correct

50. निम्नलिखित कथनों पर विचार को :

(i) $\dim\left(Hom\left(P_2(\mathrm{IR}), P_3(\mathrm{IR})\right)\right) = 6$

(ii) $\dim\left(\mathrm{Hom}(\mathrm{IR}^3, \mathrm{M}_{2\times 2}(\mathrm{IR})\right) = 12$

तब :

(A) केवल (i) सही है

(B) केवल (ii) सही है

(C) (i) और (ii) दोनों सही हैं

(D) न तो (i) और न ही (ii) सही है

*****

Scanned with OKEN Scanner