



**MAT 304**

**B.A./B.Sc. VI<sup>th</sup> SEMESTER EXAMINATION, 2023-24**

**MATHEMATICS**

**(Metric Space and Complex Analysis)**

**(CBCS Mode)**

AFFIX PRESCRIBED  
RUBBER STAMP

**Paper ID**

(To be filled in the  
OMR Sheet)

Date (तिथि) : \_\_\_\_\_

**5593**

अनुक्रमांक (अंकों में) :

Roll No. (In Figures) :

अनुक्रमांक (शब्दों में) :

Roll No. (In Words) :

**Time : 1:30 Hrs.**

**समय : 1:30 घण्टे**

**Max. Marks : 75**

**अधिकतम अंक : 75**

**नोट : पुस्तिका में 50 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।**

**Important Instructions :**

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.
2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

**महत्वपूर्ण निर्देश :**

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।
2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।

1. In a metric space  $(R, d)$  where  $d$  is a usual metric on  $R$ . Which of following is a nbd (neighborhood) of each of its points :

- (A)  $(0, 6)$
- (B)  $Q$ , The set of rational numbers
- (C)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- (D)  $[0, 2]$

2. Let  $(X, d)$  be a metric space.  $A$  be a subset of  $X$ , that if  $x \in A$ ,  $d(x, A)$  is equal to :

- (A) 0
- (B) 1
- (C)  $r$  (diameter of  $A$ )
- (D)  $\infty$

3. Let  $R$  be the set of Real numbers the mapping  $d : R \times R \rightarrow R$  defined as  $d(x, y) = |x^2 - y^2|, \forall x, y \in R$  is a :

- (A) Metric on  $R$
- (B) Pseudo metric on  $R$
- (C) Both (A) and (B)
- (D) Neither (A) nor (B)

1. दूरीक समष्टि  $(R, d)$  जहाँ  $d$  सामान्य समष्टि है  $R$  पर निम्नलिखित में से कौन अपने सभी बिन्दुओं का प्रतिवेश है :

- (A)  $(0, 6)$
- (B)  $Q$ , परिमेय संख्याओं का समुच्चय
- (C)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- (D)  $[0, 2]$

2. यदि  $(X, d)$  एक दूरीक समष्टि है,  $A, X$  का उपसमुच्चय है ऐसा कि  $x \in A$ ,  $d(x, A)$  तो  $d(x, A)$  का मान है :

- (A) 0
- (B) 1
- (C)  $r$  ( $A$  का व्यास)
- (D)  $\infty$

3.  $R$ , वास्तविक संख्याओं का समुच्चय हैं फलन  $d : R \times R \rightarrow R$  परिभाषित है :

$$d(x, y) = |x^2 - y^2|, \forall x, y \in R$$

- (A)  $R$  पर दूरीक
- (B)  $R$  पर स्पूडो दूरीक
- (C) (A) और (B) दोनों
- (D) न तो (A) न ही (B)

4. Let  $(x_1, d_1)$  and  $(x_2, d_2)$  be two metric spaces. For any pair of points  $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$ ;  $X = X_1 \times X_2$  and  $d$  is defined as  $d(x, y) = d_1(x_1, y_1) + d_2(x_2, y_2)$ . Then  $d$  is :
- (A) Metric on  $X$   
 (B) Pseudo metric  $X$   
 (C) Neither (A) nor (B)  
 (D) Both (A) and (B)
5. Choose the correct statement. In a metric space  $(X, d)$  :
- (A) Arbitrary union of open sets is open  
 (B) Arbitrary intersection of open sets is open  
 (C) Arbitrary union of closed sets is closed  
 (D) Finite intersection of closed sets is closed
6. In discrete metric space every set is :
- (A) Open  
 (B) Closed  
 (C) Open as well as closed  
 (D) Neither open nor closed
4. यदि  $(x_1, d_1)$  और  $(x_2, d_2)$  दो दूरीक समष्टियाँ हैं। किन्हीं दो जोड़ें  $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$ ; बिन्दुओं के लिए  $d, X = X_1 \times X_2$  पर परिभाषित है  $d(x, y) = d_1(x_1, y_1) + d_2(x_2, y_2)$  तो  $d$  है :
- (A)  $X$  पर दूरीक  
 (B)  $X$  पर स्यूडोदूरीक  
 (C) न (A) न ही (B)  
 (D) (A) और (B) दोनों
5. दूरीक समष्टि  $(X, d)$  में, सही कथन चुनें :
- (A) विवृत समुच्चयों का स्वेच्छित संघ विवृत है  
 (B) विवृत समुच्चयों का स्वेच्छित प्रतिच्छेदन विवृत है  
 (C) संवृत समुच्चयों का स्वेच्छित संघ संवृत है  
 (D) संवृत समुच्चयों का परिमित प्रतिच्छेदन संवृत है
6. असतत् दूरीक समष्टि में प्रत्येक समुच्चय है:
- (A) विवृत  
 (B) संवृत  
 (C) विवृत और संवृत  
 (D) न ही विवृत न ही संवृत

7. Choose the set which has infinite number of limit points.
- (A)  $\mathbb{Q}$   
 (B)  $S = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$   
 (C)  $S = \{\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{-2}{3}, \dots\}$   
 (D)  $S = (1, 2)$
8. Let  $(X, d)$  be a metric space and  $A, B$  be subsets of  $X$ . Then :
- (A)  $A \subset B \Rightarrow \bar{A} \subset \bar{B}$   
 (B)  $\overline{A \cup B} \subset \bar{A} \cap \bar{B}$   
 (C)  $\overline{A \cap B} \subset \bar{A} \cap \bar{B}$   
 (D)  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
9. Let  $(X, d)$  be a metric space and  $A, B$  be subsets of  $X$  then :
- (A)  $A \subset A^\circ$   
 (B)  $A \subset B \Rightarrow B^\circ \subset A^\circ$   
 (C)  $A \subset B \Rightarrow \text{ext } A \subset \text{ext } B$   
 (D)  $(A^\circ)^\circ = A^\circ$
10. Which of the following is nowhere dense in  $\mathbb{R}$ . Here  $(\mathbb{R}, d)$  is a metric space where  $d$  is usual metric on  $\mathbb{R}$ .
- (A)  $\mathbb{Z}$   
 (B)  $\mathbb{Q}$   
 (C) Both (A) and (B)  
 (D) Neither (A) nor (B)
7. निम्न में से किस समुच्चय के पास अनगिनत सीमा बिन्दु हैं।
- (A)  $\mathbb{Q}$   
 (B)  $S = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$   
 (C)  $S = \{\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{-2}{3}, \dots\}$   
 (D)  $S = (1, 2)$
8. यदि  $(X, d)$  दूरीक समष्टि है, और  $A, B, X$  के उपसमुच्चय हैं, तो :
- (A)  $A \subset B \Rightarrow \bar{A} \subset \bar{B}$   
 (B)  $\overline{A \cup B} \subset \bar{A} \cap \bar{B}$   
 (C)  $\overline{A \cap B} \subset \bar{A} \cap \bar{B}$   
 (D)  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
9.  $(X, d)$  एक दूरीक समष्टि है और  $A, B, X$  के उपसमुच्चय हैं तो :
- (A)  $A \subset A^\circ$   
 (B)  $A \subset B \Rightarrow B^\circ \subset A^\circ$   
 (C)  $A \subset B \Rightarrow \text{ext } A \subset \text{ext } B$   
 (D)  $(A^\circ)^\circ = A^\circ$
10. निम्नलिखित में से कौन सा  $\mathbb{R}$  में कहीं सघन नहीं है। यहाँ  $(\mathbb{R}, d)$  दूरीक समष्टि है जहाँ  $d$   $\mathbb{R}$  पर सामान्य दूरीक है :
- (A)  $\mathbb{Z}$   
 (B)  $\mathbb{Q}$   
 (C) (A) और (B) दोनों  
 (D) न ही (A) न ही (B)

11. Consider the usual metric  $d(x,y) = |x-y|$  on  $\mathbb{R}$ , boundary point of  $(0, 1)$  is :
- (A)  $\emptyset$   
 (B)  $\{0\}$   
 (C)  $\{1\}$   
 (D)  $[0, 1]$
12. Let us consider any nonempty set  $X$  together with the metric
- $$d(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \neq y \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$
- Then  $(X, d)$  is :
- (A) Not a metric space  
 (B) Pseudo metric space  
 (C) Complete metric space  
 (D) All of the above
13. Let us consider the sequence  $\{x_n\}$  given by  $x_n = \frac{1}{n}$  for all  $n \in \mathbb{N}$ , in  $\mathbb{R}$ . If we consider the discrete metric  $d$  on  $\mathbb{R}$ , then sequence  $\{x_n\}$
- (A) Converges to 1  
 (B) Converges to 0  
 (C) Converges to  $\frac{1}{2}$   
 (D) Does not converge
11.  $\mathbb{R}$  पर  $d(x,y) = |x-y|$  एक सामान्य दूरीक है। तो  $(0, 1)$  का परिसीमा बिन्दु है।
- (A)  $\emptyset$   
 (B)  $\{0\}$   
 (C)  $\{1\}$   
 (D)  $[0, 1]$
12.  $X$ , एक अरिक्त समुच्चय है,  $X$  पर दूरीक है
- $$d(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{यदि } x \neq y \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$
- तो  $(X, d)$  है :
- (A) दूरीक समष्टि नहीं  
 (B) स्यूडो दूरीक समष्टि  
 (C) पूर्ण दूरीक समष्टि  
 (D) उपरोक्त सभी
13. अनुक्रम  $\{x_n\}$  इस प्रकार है,  $\mathbb{R}$  पर  $x_n = \frac{1}{n}$  प्रत्येक  $n \in \mathbb{N}$ , यदि  $d$ ,  $\mathbb{R}$  पर असतत् दूरीक है तो अनुक्रम  $\{x_n\}$
- (A) 1, पर अभिसारित होता है  
 (B) 0, पर अभिसारित होता है  
 (C)  $\frac{1}{2}$ , पर अभिसारित होता है  
 (D) अभिसारित नहीं है

14. Let  $(X, d_x)$  be a metric space and let  $Y$  be any subset of  $X$ . We define a metric on  $Y$  by  $d_y(x, y) = d_x(x, y) \quad \forall x, y \in Y$ . Then  $(Y, d_y)$  is a metric space which is called :

- (A) Separable subspace of  $(X, d_x)$
- (B) Subspace of  $(X, d_x)$
- (C) Countable subspace of  $(X, d_x)$
- (D) Complete subspace of  $(X, d_x)$

15. Which of the following Act is compact :

- (A)  $(0, 1)$  with usual metric
- (B)  $[0, 1]$  with usual metric
- (C)  $\mathbb{R}$  with usual metric
- (D) Discrete metric defined on an infinite set  $X$

16. Consider the following subsets of  $\mathbb{R}$  with usual metric

$$A = (-\infty, 0) \text{ and } B = [0, \infty)$$

- (A)  $A$  and  $B$  are separated set
- (B)  $A$  and  $B$  are not separated set
- (C)  $A$  and  $B$  are disconnected
- (D)  $A$  is connected but  $B$  is not

14. यदि  $(X, d_x)$  एक दूरीक समष्टि है और  $Y, X$  का उपसमुच्चय है। हम दूरीक को  $Y$ , पर परिभाषित करते हैं।

$d_y(x, y) = d_x(x, y) \quad \forall x, y \in Y$  तो  $(Y, d_y)$  एक दूरीक समष्टि है, जो कहलाता है।

- (A)  $(X, d_x)$  का वियोज्य उपसमुच्चय
- (B)  $(X, d_x)$  का उपसमुच्चय
- (C)  $(X, d_x)$  का गणनीय उपसमुच्चय
- (D)  $(X, d_x)$  का पूर्ण उपसमुच्चय

15. निम्न में से कौन सा समुच्चय संक्षिप्त है ?

- (A)  $(0, 1)$  सामान्य दूरीक के साथ
- (B)  $[0, 1]$  सामान्य दूरीक के साथ
- (C)  $\mathbb{R}$  सामान्य दूरीक के साथ
- (D) अनन्त समुच्चय  $X$ , पर असतत् दूरीक

16.  $A = (-\infty, 0)$  और  $B = [0, \infty)$ .

$\mathbb{R}$ , सामान्य दूरीक के साथ, के उपसमुच्चय हैं।

- (A)  $A$  और  $B$  वियुक्त समुच्चय हैं
- (B)  $A$  और  $B$  वियुक्त समुच्चय नहीं हैं
- (C)  $A$  और  $B$  वियोजित हैं
- (D)  $A$  संयोजित है परन्तु  $B$  नहीं

17. A map  $f: (X_1, d_1) \rightarrow (Y_1, d_2)$  is said to be homeomorphism if :
- (A)  $f$  is one-one onto  
 (B)  $f$  is continuous  
 (C)  $f^{-1}$  is continuous  
 (D) All of the above
18. The function  $f: [0, b] \rightarrow R$  defined by  $f(x) = x^2$ , where  $b > 0$  and  $[0, b]$  and  $R$  are metric spaces w.r.t usual metric is :
- (A) Uniformly continuous  
 (B) Continuous but not uniformly  
 (C) Not continuous  
 (D) None of the above
19. If  $f$  is a contraction mapping on a complete metric space  $(X, d)$  then there exist a unique point  $p$  in  $X$  such that  $f(p) = p$ . This theorem is known as :
- (A) Completion theorem  
 (B) Cantor's Intersection theorem  
 (C) Banach fixed point theorem  
 (D) Bair's Category theorem
17. प्रतिचित्रण  $f: (X_1, d_1) \rightarrow (Y_1, d_2)$  समरूपता कहलाता है यदि :
- (A)  $f$  एकैकी आच्छादक है  
 (B)  $f$  सतत है  
 (C)  $f^{-1}$  सतत है  
 (D) उपरोक्त सभी
18. फलन  $f: [0, b] \rightarrow R$  परिभाषित है  $f(x) = x^2$ , जहाँ  $b > 0$  और  $[0, b]$  और  $R$  सामान्य दूरीक के सापेक्ष दूरीक समष्टि है। फलन है,
- (A) समान रूप से सतत  
 (B) सतत परन्तु समान रूप से नहीं  
 (C) सतत नहीं हैं  
 (D) उपरोक्त में से कोई नहीं
19. पूर्ण दूरीक समष्टि  $(X, d)$  पर  $f$  संकुचन प्रतिचित्रण है, तो  $X$  में एक अद्वितीय बिन्दु  $P$  का अस्तित्व इस प्रकार है कि  $f(P) = P$  यह प्रमेय कहलाती है।
- (A) कंप्लीसन प्रमेय  
 (B) कैंटर इन्टरसेक्सन प्रमेय  
 (C) बनाक फिक्सड प्वाइंट प्रमेय  
 (D) बॉयर कैटिगरी प्रमेय

20. Choose incorrect statement :

- (A)  $\mathbb{R}$  is connected
- (B) Every line segment in  $\mathbb{R}^2$  is connected
- (C) Every discrete space  $(X,d)$ , where  $X$  contains more than one point is connected
- (D) Every subspace  $E$  of the real line  $\mathbb{R}$  is connected iff it is an interval

21. Choose the correct statement :

- (A) Any connected subspace of a metric space is called component
- (B) If  $(X,d)$  is a discrete metric space then the component of  $X$  is  $X$  itself
- (C) Let  $(X,d)$  be a connected metric space then the only component of  $X$  is  $X$  itself
- (D) All of the above

20. गलत कथन चुनें :

- (A)  $\mathbb{R}$  सम्बद्ध है
- (B)  $\mathbb{R}^2$  का प्रत्येक रेखाखण्ड सम्बद्ध है
- (C) प्रत्येक असतत दूरीक समष्टि  $(X,d)$  जहाँ  $X$  में एक से ज्यादा बिन्दु हैं, वह सम्बद्ध है
- (D) वास्तविक रेखा  $\mathbb{R}$  का प्रत्येक उपविस्तार  $E$  सम्बद्ध है यदि और केवल यदि यह एक अंतराल है

21. सही कथन चुनें :

- (A) दूरीक समष्टि का सम्बद्ध उपसमष्टि संघटक कहलाता है
- (B) यदि  $(X,d)$  असतत दूरीक समष्टि है, तो  $X$  का संघटक  $X$  ही होता है
- (C) यदि  $(X,d)$  सम्बद्ध दूरीक समष्टि है, तो  $X$  का संघटक  $X$  ही होता है
- (D) उपरोक्त सभी

22. Let  $X=[0, 1]$  and  $d_1$  the usual metric on  $X$  and  $d_2$  the discrete metric on  $X$  then

- (A) Both  $(X, d_1)$  &  $(X, d_2)$  is compact
- (B) Neither  $(X, d_1)$  nor  $(X, d_2)$  is compact
- (C)  $(X, d_1)$  is compact
- (D)  $(X, d_2)$  is compact

23. In a metric space  $(R, d)$  where  $d$  is a usual metric on  $R$ . Choose correct statement :

- (A)  $(R, d)$  is not compact
- (B) Every closed and bounded interval of real number  $R$  is compact
- (C) Every compact subset of real line is closed and bounded
- (D) All of the above

22. यदि  $X=[0, 1]$  और  $d_1, X$  पर सामान्य दूरीक है और  $d_2, X$  पर असतत दूरीक है

तो :

- (A)  $(X, d_1)$  और  $(X, d_2)$  सघन हैं
- (B) न  $(X, d_1)$  न  $(X, d_2)$  ही सघन है
- (C)  $(X, d_1)$  सघन है
- (D)  $(X, d_2)$  सघन है

23. दूरीक समष्टि  $(R, d)$  है, जहाँ  $d$   $R$  पर सामान्य दूरीक है सही कथन चुनें :

- (A)  $(R, d)$  सघन नहीं है
- (B)  $R$ , को प्रत्येक संवृत्त और परिबद्ध का अंतराल सघन है
- (C) वास्तविक रेखा का प्रत्येक सघन उपसमुच्चय संवृत्त और परिबद्ध है
- (D) उपरोक्त सभी

24. A collection  $G$  of sets to have finite intersection property if :

- (A) The union of member of some finite sub collection  $G$  is nonempty
- (B) The union of member of each finite sub collection of  $G$  is nonempty
- (C) The intersection of members of some finite sub collection of  $G$  is nonempty
- (D) The intersection of finite sub collection of  $G$  is nonempty

25. In a complete metric space which of the following statement is correct :

- (A) Every convergent sequence is Cauchy
- (B) Every Cauchy sequence is convergent
- (C) Both (A) and (B)
- (D) Neither (A) nor (B)

24. समुच्चयों के समूह  $G$  के पास परिमित सर्वनिष्ठ गुण है यदि :

- (A)  $G$  के कुछ उपसंग्रह के परिमित सदस्य का संघ अरिक्त है
- (B)  $G$  के प्रत्येक उपसंग्रह के परिमित सदस्य का संघ अरिक्त है
- (C)  $G$  के कुछ उपसंग्रह के परिमित सदस्य का सर्वनिष्ठ अरिक्त है
- (D)  $G$  के प्रत्येक परिमित उपसंग्रह का सर्वनिष्ठ अरिक्त है

25. पूर्ण दूरीक समष्टि में निम्न में से कौन सा कथन सही है :

- (A) प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम कोशी हैं
- (B) प्रत्येक कोशी अनुक्रम अभिसारी हैं
- (C) (A) और (B) दोनों
- (D) न (A) न ही (B)

26. Let  $\mathcal{C}$  be the set of all complex numbers. Define a function  $f: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$  by  $f(z) = z^2 \forall z = x + iy \in \mathcal{C}$ . If  $u = u(x, y)$  and  $v = v(x, y)$  be the real and imaginary parts of  $f$ . Then :

- (A)  $u(x, y) = x^2 - y^2, v(x, y) = zxy$   
 (B)  $u(x, y) = x^2 + y^2, v(x, y) = zxy$   
 (C)  $u(x, y) = x^2 - y^2, v(x, y) = xy$   
 (D)  $u(x, y) = x^2 - zy^2, v(x, y) = xy^2$

27. Let  $D$  be an open, connected subset of  $\mathcal{C}$  and  $f: D \rightarrow \mathcal{C}$  be an analytic function. If  $u$  and  $v$  denote the real and imaginary parts of  $f$ . Then which of the following is true :

- (A)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{-\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-\partial v}{\partial x}$   
 (B)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-\partial v}{\partial x}$   
 (C)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$   
 (D)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-\partial v}{\partial x}$

Where  $\mathcal{C}$  is the set of all complex numbers.

26. मान लीजिये कि  $\mathcal{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है। फलन  $f: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$  को  $f(z) = z^2 \forall z = x + iy \in \mathcal{C}$  से परिभाषित करें। यदि  $u = u(x, y)$  एवं  $v = v(x, y)$  फलन  $f$  के वास्तविक एवं काल्पनिक भाग हैं। तो :

- (A)  $u(x, y) = x^2 - y^2, v(x, y) = zxy$   
 (B)  $u(x, y) = x^2 + y^2, v(x, y) = zxy$   
 (C)  $u(x, y) = x^2 - y^2, v(x, y) = xy$   
 (D)  $u(x, y) = x^2 - zy^2, v(x, y) = xy^2$

27. मान लीजिये कि  $D, \mathcal{C}$  का एक विवृत संबद्ध उपसमुच्चय है। यदि  $u$  एवं  $v$  फलन  $f$  के वास्तविक एवं काल्पनिक भागों को प्रदर्शित करते हैं। तो निम्नलिखित में कौन सही है :

- (A)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{-\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-\partial v}{\partial x}$   
 (B)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-\partial v}{\partial x}$   
 (C)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$   
 (D)  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-\partial v}{\partial x}$

जहाँ  $\mathcal{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

28. Which of the following function is harmonic in  $\mathbb{C}$

- (A)  $\phi(x, y) = x^4 - y^4 \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$
- (B)  $\phi(x, y) = e^x \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$
- (C)  $\phi(x, y) = x^2 - y^2 \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$
- (D)  $\phi(x, y) = x^2 + y^2 \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$

Where  $\mathbb{C}$  is the set of all complex numbers

29. Consider the following statements

- (i) Define a function  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  by  $f(z) = \bar{z} \quad \forall z \in \mathbb{C}$ . Then the function  $f$  is analytic at each point of  $\mathbb{C}$ .
- (ii) Define a function  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  by  $f(z) = \bar{z} + 1 \quad \forall z \in \mathbb{C}$ . Then  $f$  is continuous at each point of  $\mathbb{C}$ . Then :
- (A) Only (i) is true
- (B) Only (ii) is true
- (C) Both (i) and (ii) are true
- (D) Both (i) and (ii) are false

28. निम्नलिखित में से कौन सा फलन  $\mathbb{C}$  में प्रसंवादी है :

- (A)  $\phi(x, y) = x^4 - y^4 \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$
- (B)  $\phi(x, y) = e^x \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$
- (C)  $\phi(x, y) = x^2 - y^2 \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$
- (D)  $\phi(x, y) = x^2 + y^2 \quad \forall z = x + iy \in \mathbb{C}$

जहाँ  $\mathbb{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

29. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

- (i) फलन  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) = \bar{z} \quad \forall z \in \mathbb{C}$  से परिभाषित करें। तो फलन  $f$ ,  $\mathbb{C}$  के प्रत्येक बिन्दु पर वैश्लेषिक हैं
- (ii) फलन  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) = \bar{z} + 1 \quad \forall z \in \mathbb{C}$  से परिभाषित करें। तो फलन  $f$ ,  $\mathbb{C}$  के प्रत्येक बिन्दु पर सतत् है।
- (A) केवल (i) सत्य है
- (B) केवल (ii) सत्य है
- (C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं
- (D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

30. Define a function  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  by

$$f(z) = \sin \bar{z} \quad \forall z \in \mathbb{C}. \text{ Then :}$$

- (A)  $f$  is differentiable at  $z = 3\pi$
- (B)  $f$  is analytic at  $z = \pi$
- (C)  $f$  is differentiable but not analytic at  $z = \pi$
- (D)  $f$  is continuous at  $z = 2\pi$

31. Let  $D$  be an open subset of  $\mathbb{C}$  and

$$f(z) = u(z) + iv(z) = u(x, y)$$

$$+ iv(x, y) \text{ where } z = x + iy, \text{ be}$$

an analytic function in  $D$ . It  $f'(z)$

denotes the derivative of  $f(z)$ .

Then :

$$(A) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + i\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

$$(B) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

$$(C) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

$$(D) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$$

Where the symbols have their

usual meanings :

30. फलन  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) =$

$$\sin \bar{z} \quad \forall z \in \mathbb{C} \text{ से परिभाषित करें। तो :$$

- (A)  $f, z = 3\pi$  पर अवकलनीय है
- (B)  $f, z = \pi$  पर वैश्लेषिक है
- (C)  $f, z = \pi$  पर अवकलनीय है लेकिन वैश्लेषिक नहीं है
- (D)  $f, z = 2\pi$  पर सतत है

31. मान लीजिये कि  $D, \mathbb{C}$  का एक विवृत

उपसमुच्चय है तथा  $f(z) = u(z) + iv$

$$(z) = u(x, y) + iv(x, y) \text{ जहाँ } z =$$

$x + iy, D$  में एक वैश्लेषिक फलन है।

यदि  $f'(z), f(z)$  के अवकलन को प्रदर्शित

करता है। तो :

$$(A) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + i\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

$$(B) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

$$(C) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

$$(D) |f'(z)|^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$$

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

32. Consider the following statements

(i) Define a function  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  by  $f(z) = e^z \forall z \in \mathbb{C}$ . Then  $f$  is an entire function.

(ii) Define a function  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  by  $f(z) = \cos z \forall z \in \mathbb{C}$ . Then  $f$  is an entire function. Then :

- (A) Only (i) is true
- (B) Only (ii) is true
- (C) Both (i) and (ii) are true
- (D) Both (i) and (ii) are false

Where  $\mathbb{C}$  is the set of all complex numbers.

33. Let  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 2 + 2i$  be two complex numbers and  $\theta_1, \theta_2$  denote the principal arguments of  $z_1$  and  $z_2$ . Then :

- (A)  $0 < \theta_1 + \theta_2 < \frac{\pi}{4}$
- (B)  $\frac{-\pi}{4} < \theta_1 + \theta_2 < 0$
- (C)  $0 < \theta_1 + \theta_2 < \frac{3\pi}{4}$
- (D)  $\frac{-3\pi}{4} < \theta_1 + \theta_2 < 0$

32. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

(i) फलन  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) = e^z \forall z \in \mathbb{C}$  से परिभाषित करें। तो  $f$  एक सम्पूर्ण फलन है।

(ii) फलन  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) = \cos z \forall z \in \mathbb{C}$  से परिभाषित करें। तो  $f$  एक सम्पूर्ण फलन है।

तो :

- (A) केवल (i) सत्य है
- (B) केवल (ii) सत्य है
- (C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं
- (D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

जहाँ  $\mathbb{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

33. मान लीजिये कि  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = 2 + 2i$  दो सम्मिश्र संख्यायें हैं एवं  $\theta_1, \theta_2$  एवं  $z_1$  एवं  $z_2$  के मुख्य कोणांकों को दर्शाते हैं। तो :

- (A)  $0 < \theta_1 + \theta_2 < \frac{\pi}{4}$
- (B)  $\frac{-\pi}{4} < \theta_1 + \theta_2 < 0$
- (C)  $0 < \theta_1 + \theta_2 < \frac{3\pi}{4}$
- (D)  $\frac{-3\pi}{4} < \theta_1 + \theta_2 < 0$

34. The value of  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{(z^2+1)(z^2+2i+1)}{(z-i)}$  is:

- (A) -4  
(B) 4  
(C) 2  
(D) -1

35. Let  $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 2\}$  and  $D_2 = \{z \in \mathbb{C} : 3 < |z| < 4\}$  be two subsets of  $\mathbb{C}$ . Then :

- (A)  $D_1$  is simply connected but  $D_2$  is not simply connected  
(B)  $D_1$  is not simply connected but  $D_2$  is simply connected  
(C) Both  $D_1$  and  $D_2$  are simply connected  
(D) Neither  $D_1$  nor  $D_2$  is simply connected

Where  $\mathbb{C}$  is the set of all complex numbers.

36. Consider the following statements

- (i)  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$  exists in  $\mathbb{C}$   
(ii)  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$  does not exist in  $\mathbb{C}$

Where  $\mathbb{C}$  is the set of all complex number. Then :

- (A) Only (i) is true  
(B) Only (ii) is true  
(C) Both (i) and (ii) are true  
(D) Both (i) and (ii) are false

34.  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{(z^2+1)(z^2+2i+1)}{(z-i)}$  का मान है :

- (A) -4  
(B) 4  
(C) 2  
(D) -1

35. मान लीजिये कि  $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 2\}$  एवं  $D_2 = \{z \in \mathbb{C} : 3 < |z| < 4\}$   $\mathbb{C}$  के दो उपसमुच्चय हैं। तो :

- (A)  $D_1$  सरलता से जुड़ा है लेकिन  $D_2$  सरलता से जुड़ा नहीं है  
(B)  $D_1$  सरलता से जुड़ा नहीं है लेकिन  $D_2$  सरलता से जुड़ा है  
(C)  $D_1$  एवं  $D_2$  दोनों सरलता से जुड़े हैं  
(D) न तो  $D_1$  न ही  $D_2$  सरलता से जुड़े हैं

जहाँ  $\mathbb{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

36. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

- (i)  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$   $\mathbb{C}$  में मौजूद है।  
(ii)  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$   $\mathbb{C}$  में मौजूद नहीं है।

जहाँ  $\mathbb{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

- (A) केवल (i) सत्य है  
(B) केवल (ii) सत्य है  
(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं  
(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

37. Consider the following statements

- (i) A bounded entire function is constant.
- (ii) An entire function with bounded real part is constant.

Then :

- (A) Only (i) is true
- (B) Only (ii) is true
- (C) Both (i) and (ii) are true
- (D) Both (i) and (ii) are false

38. Let  $f$  be a complex function such that it is analytic within and on a simple closed curve  $C$  which is described in anticlockwise direction. If  $z_0$  be any point inside  $C$ . Then :

- (A)  $f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z-z_0} dz$
- (B)  $f(z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_C \frac{f(z)}{z-z_0} dz$
- (C)  $f(z_0) = \frac{1}{\pi} \int_C \frac{f(z)}{z-z_0} dz$
- (D)  $f'(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{(z-z_0)^2} dz$

37. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

- (i) एक परिबद्ध सम्पूर्ण फलन नियत होता है।
- (ii) परिबद्ध वास्तविक भाग वाला सम्पूर्ण फलन नियत होता है।

तो :

- (A) केवल (i) सत्य है
- (B) केवल (ii) सत्य है
- (C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं
- (D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

38. मान लीजिये कि  $f$  एक समिश्र फलन इस प्रकार है कि यह एक सरल बंद वक्र जोकि घड़ी की विपरीत दिशा में वर्णित है, के भीतर और पर विश्लेषणात्मक है। यदि  $z_0, C$  के भीतर कोई बिन्दु है। तो :

- (A)  $f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z-z_0} dz$
- (B)  $f(z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_C \frac{f(z)}{z-z_0} dz$
- (C)  $f(z_0) = \frac{1}{\pi} \int_C \frac{f(z)}{z-z_0} dz$
- (D)  $f'(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{(z-z_0)^2} dz$

39. Let  $z$  be a complex variable and  $|z| = 1$  denotes the unit circle. Which is described in anticlockwise direction. Then the value of integral  $\int_{|z|=1} (e^z + \text{Sin}z) dz$  is :
- (A) 0  
 (B)  $2\pi i$   
 (C) -1  
 (D)  $-2\pi i$
40. Suppose that the function  $f(z)$  is analytic within and on a region  $R$  bounded by the simple closed curves  $C_1$  and  $C_2$  such that  $C_2$  lies inside  $C_1$ ; where both the curves  $C_1$  and  $C_2$  described in counter-clock wise direction. Then :
- (A)  $\int_{C_1} f(z) dz = \int_{C_2} f(z) dz$   
 (B)  $\int_{C_1} f(z) dz > \int_{C_2} f(z) dz$   
 (C)  $\int_{C_1} f(z) dz < \int_{C_2} f(z) dz$   
 (D)  $\int_{C_1} f(z) dz \neq \int_{C_2} f(z) dz$
39. मान लीजिये कि  $z$  एक सम्मिश्र चर है एवं  $|z| = 1$  इकाई वृत्त को दर्शाती है जोकि घड़ी की विपरीत दिशा में वर्णित है। तो समाकल  $\int_{|z|=1} (e^z + \text{Sin}z) dz$  का मान है :
- (A) 0  
 (B)  $2\pi i$   
 (C) -1  
 (D)  $-2\pi i$
40. मान लीजिये कि फलन  $f(z)$  क्षेत्र  $R$  के भीतर एवं पर विलेखणात्मक है जोकि सरल बंद वक्रों  $C_1$  एवं  $C_2$  से इस प्रकार परिबद्ध है कि  $C_2$ ,  $C_1$  के भीतर स्थित है, जहाँ दोनों वक्रों  $C_1$  एवं  $C_2$  को घड़ी की विपरीत दिशा में वर्णित किया गया है। तो
- (A)  $\int_{C_1} f(z) dz = \int_{C_2} f(z) dz$   
 (B)  $\int_{C_1} f(z) dz > \int_{C_2} f(z) dz$   
 (C)  $\int_{C_1} f(z) dz < \int_{C_2} f(z) dz$   
 (D)  $\int_{C_1} f(z) dz \neq \int_{C_2} f(z) dz$

41. Let  $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| = R\}$  be a circle with center at  $z_0$  and radius  $R$  which is described in counter clock wise direction. Let  $f$  be a complex function such that it is analytic with in and on the circle  $\gamma$ . If  $|f(z_0)| \leq M$  for all  $Z$  or  $\gamma$ . For some real number  $M > 0$  and  $z_0$  is any point inside  $\gamma$ . Then:

(A)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{Mn!}{R^{2n}} \forall n \in \mathbb{N}$

(B)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{Mn!}{R^n} \forall n \in \mathbb{N}$

(C)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{M(2n)!}{R^n} \forall n \in \mathbb{N}$

(D)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{M(n!)^2}{R^n} \forall n \in \mathbb{N}$

Where  $f^{(n)}(z_0)$  denotes  $n^{\text{th}}$  derivative of  $f$  at  $z_0$  &  $\mathbb{N}$  be the set of all natural numbers.

41. मान लीजिये कि  $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| = R\}$   $z_0$  केन्द्र, एवं  $R$  त्रिज्या वाला एक वृत्त है जिसे घड़ी की विपरीत दिशा में वर्णित किया गया है। मान लीजिये कि  $f$  एक सम्मिश्र फलन इस प्रकार है कि यह वृत्त  $\gamma$  के भीतर एवं पर वैश्लेषिक है। यदि कोई वास्तविक संख्या  $M > 0$  के लिए, वृत्त  $\gamma$  पर प्रत्येक  $Z$  के लिए  $|f(z_0)| \leq M$  है एवं  $z_0, \gamma$  के भीतर कोई बिन्दु है। तो:

(A)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{Mn!}{R^{2n}} \forall n \in \mathbb{N}$

(B)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{Mn!}{R^n} \forall n \in \mathbb{N}$

(C)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{M(2n)!}{R^n} \forall n \in \mathbb{N}$

(D)  $|f^{(n)}(z_0)| \leq \frac{M(n!)^2}{R^n} \forall n \in \mathbb{N}$

जहाँ  $f^{(n)}(z_0)$   $f$  के बिन्दु  $z = z_0$  पर  $n^{\text{th}}$  अवकलज को दर्शाता है और  $\mathbb{N}$  सभी प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है।

42. Define a function  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  by  $f(z) = \sin z \forall z \in \mathbb{C}$ . Let  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$  be the Taylor's series of  $f(z)$  about  $z = 0$ . Then :
- (A)  $|a_0| + |a_1| + 6|a_3| = 2$   
 (B)  $|a_0| + |a_1| + 6|a_3| = 1$   
 (C)  $|a_0| + |a_1| + 5|a_3| = 3$   
 (D)  $|a_0| + |a_1| + 4|a_3| = 1$
43. Let  $p$  be any real number. Then the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{np}$  is convergent if:
- (A)  $p < 1$   
 (B)  $-1 < p < 0$   
 (C)  $0 < p < 1$   
 (D)  $2 < p < 3$
44. Let  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$  be a series of positive real numbers. Then the necessary condition for the convergence of the series  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  is
- (A)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$   
 (B)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$   
 (C)  $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 1$   
 (D)  $1 < \lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 2$
42. फलन  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) = \sin z \forall z \in \mathbb{C}$  से परिभाषित करें। मान लीजिये कि  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$  फलन  $f(z)$  की  $z = 0$  के परितः टेलर श्रेणी है। तो :
- (A)  $|a_0| + |a_1| + 6|a_3| = 2$   
 (B)  $|a_0| + |a_1| + 6|a_3| = 1$   
 (C)  $|a_0| + |a_1| + 5|a_3| = 3$   
 (D)  $|a_0| + |a_1| + 4|a_3| = 1$
43. मान लीजिये कि  $p$  कोई वास्तविक संख्या है। तो श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{np}$  अभिसारी है यदि :
- (A)  $p < 1$   
 (B)  $-1 < p < 0$   
 (C)  $0 < p < 1$   
 (D)  $2 < p < 3$
44. मान लीजिये कि  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$  धनात्मक वास्तविक संख्याओं की श्रेणी है। तो श्रेणी के अभिसारी होने की आवश्यक शर्त है
- (A)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$   
 (B)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$   
 (C)  $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 1$   
 (D)  $1 < \lim_{n \rightarrow \infty} u_n < 2$

45. Consider the following statements

- (i) The series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}, x > 0$ ,  
is convergent at  $x = 1$
- (ii) The series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^4}, x \in$   
 $|R| \setminus \{0\}$ , is convergent at  
 $x = -1$  Then.
- (A) Only (i) is true  
(B) Only (ii) is true  
(C) Both (i) and (ii) are true  
(D) Both (i) and (ii) are false

Where the symbols have their usual meanings.

46. Define a function  $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$  by  
 $f(z) = \text{Sin}\left(\frac{1}{z}\right) \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ . Let  
 $\text{Res}(f; 0)$  denotes the residue of  $f$   
at  $z = 0$ . Then

- (A)  $\text{Res}(f; 0) = 1$   
(B)  $\text{Res}(f; 0) = 2$   
(C)  $\text{Res}(f; 0) = \frac{1}{2}$   
(D)  $\text{Res}(f; 0) = -1$

Where  $\mathbb{C}$  is the set of all complex numbers

45. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये

- (i) श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}, x > 0, x =$   
 $1$  पर अभिसारी है।
- (ii) श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^4}, x \in |R| \setminus \{0\}$ ,  
 $x = -1$  पर अभिसारी है। तो :
- (A) केवल (i) सत्य है  
(B) केवल (ii) सत्य है  
(C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं  
(D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

जहाँ प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

46. फलन  $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) =$   
 $\text{Sin}\left(\frac{1}{z}\right) \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  से परिभाषित करें।  
मान लीजिये कि  $\text{Res}(f; 0)$   $z = 0$  पर  
 $f$  के अवशेष को दर्शाता है तो :

- (A)  $\text{Res}(f; 0) = 1$   
(B)  $\text{Res}(f; 0) = 2$   
(C)  $\text{Res}(f; 0) = \frac{1}{2}$   
(D)  $\text{Res}(f; 0) = -1$

जहाँ  $\mathbb{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

47. Consider the following statements

- (i) The series  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^n+1}{2^n+2}\right)$  is convergent.
- (ii) The series  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3^n+1}{3^n+2}\right)$  is divergent.

Then :

- (A) Only (i) is true
- (B) Only (ii) is true
- (C) Both (i) and (ii) are true
- (D) Both (i) and (ii) are false

48. Define a function  $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$  by

$$f(z) = \frac{\sin z}{z} \quad \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}. \text{ Then:}$$

- (A)  $z = 0$  is a removable singularity of  $f$
- (B)  $z = 0$  is a simple pole of  $f$
- (C)  $z = 0$  is an essential singularity of  $f$
- (D)  $z = 1$  is a simple pole of  $f$

Here  $\mathbb{C}$  is the set of all complex numbers.

47. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये

- (i) श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^n+1}{2^n+2}\right)$  अभिसारी है।
- (ii) श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3^n+1}{3^n+2}\right)$  अपसारी है।

तो :

- (A) केवल (i) सत्य है
- (B) केवल (ii) सत्य है
- (C) (i) एवं (ii) दोनों सत्य हैं
- (D) (i) एवं (ii) दोनों असत्य हैं

48. फलन  $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) =$

$$\frac{\sin z}{z} \quad \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \text{ से परिभाषित करें तो :}$$

- (A)  $z = 0$ ,  $f$  की एक हटाने योग्य विलक्षता है
- (B)  $z = 0$ ,  $f$  का एक साधारण ध्रुव है
- (C)  $z = 0$ ,  $f$  की एक अनिवार्य विलक्षता है
- (D)  $z = 1$ ,  $f$  का एक साधारण ध्रुव है

यहाँ  $\mathbb{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

49. Value of the integral

$$\int_{|z|=3} \frac{1}{(z-1)(z-2)} dz \text{ is}$$

- (A) 2
- (B) -1
- (C) 0
- (D)  $2\pi i$

Where  $|z|=3$  is a circle with center at  $z = 0$  and radius 3 which is described in anti-clock wise direction.

50. Let  $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 4\}$  is a circle with center at  $z = 0$  and radius 4 which is described in counter-clock wise direction. Then the value of integral

$$\int_{\gamma} \frac{1}{(z-10)(z-12)} dz \text{ is :}$$

- (A) -1
- (B) 0
- (C) 1
- (D) 2

Where  $\mathbb{C}$  is the set of all complex numbers.

49. समाकल  $\int_{|z|=3} \frac{1}{(z-1)(z-2)} dz$  का मान है

- (A) 2
- (B) -1
- (C) 0
- (D)  $2\pi i$

जहाँ  $|z|=3$  केन्द्र  $z = 0$  एवं त्रिज्या 3 वाला एक वृत्त है जिसे घड़ी की विपरीत दिशा में वर्णित किया गया है।

50. मान लीजिये कि  $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 4\}$  केन्द्र  $z = 0$  एवं 4 त्रिज्या वाला एक वृत्त है जिसे घड़ी की विपरीत दिशा में वर्णित किया गया है। तो समाकल

$$\int_{\gamma} \frac{1}{(z-10)(z-12)} dz \text{ का मान है :}$$

- (A) -1
- (B) 0
- (C) 1
- (D) 2

जहाँ  $\mathbb{C}$  सभी सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है।

\*\*\*\*\*