



MAT 303

B.A./B.Sc. Vth SEMESTER EXAMINATION, 2023-24

MATHEMATICS

(Differential Geometry)

AFFIX PRESCRIBED
RUBBER STAMP

Paper ID
(To be filled in the OMR
Sheet)

Date (तिथि) : _____

1332

अनुक्रमांक (अंकों में) :

Roll No. (In Figures)

अनुक्रमांक (शब्दों में) :

Roll No. (In Words) :

Time : 1:30 Hrs.

समय : 1:30 घण्टे

Max. Marks : 75

अधिकतम अंक : 75

नोट : पुस्तिका में 50 प्रश्न दिये गये हैं, सभी प्रश्न करने होंगे। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का होगा।

Important Instructions :

1. The candidate will write his/her Roll Number only at the places provided for, i.e. on the cover page and on the OMR answer sheet at the end and nowhere else.
2. Immediately on receipt of the question booklet, the candidate should check up the booklet and ensure that it contains all the pages and that no question is missing. If the candidate finds any discrepancy in the question booklet, he/she should report the invigilator within 10 minutes of the issue of this booklet and a fresh question booklet without any discrepancy be obtained.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. अभ्यर्थी अपने अनुक्रमांक केवल उन्हीं स्थानों पर लिखेंगे जो इसके लिए दिये गये हैं, अर्थात् प्रश्न पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ तथा साथ दिये गये ओ०एम०आर० उत्तर पत्र पर, तथा अन्यत्र कहीं नहीं लिखेंगे।
2. प्रश्न पुस्तिका मिलते ही अभ्यर्थी को जाँच करके सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इस पुस्तिका में पूरे पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न छूटा तो नहीं है। यदि कोई विसंगति है तो प्रश्न पुस्तिका मिलने के 10 मिनट के भीतर ही कक्ष परिप्रेक्षक को सूचित करना चाहिए और बिना त्रुटि की दूसरी प्रश्न पुस्तिका प्राप्त कर लेना चाहिए।



1. The equation of osculating plane at the point x^i of the curve $x^i = x^i(s)$ is :

- (A) $\epsilon_{ijk} (X^i - x^i) x'^j = 0$
- (B) $\epsilon_{ijk} (X^i - x^i) x'^j x''^k = 0$
- (C) $\epsilon_{ijk} (X^i + x^i) x'^j = 0$
- (D) $\epsilon_{ijk} (X^i + x^i) x'^j x''^k = 0$

2. If θ and ϕ are the angle made with a fixed line in space by the tangent and binomial respectively of a curve then $\frac{\sin \theta d\theta}{\sin \phi d\phi}$ is equal to :

- (A) $-\frac{K}{\tau}$
- (B) $\frac{K}{\tau}$
- (C) $\frac{\tau}{K}$
- (D) $-\frac{\tau}{K}$

3. The value of $\epsilon_{ijk} b'^i b''^j b'''^k$ is equal to :

- (A) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{\tau}{K} \right)$
- (B) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{K}{\tau} \right)$
- (C) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{K^2}{\tau} \right)$
- (D) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{K}{\tau^2} \right)$

1. वक्र $x^i = x^i(s)$ के बिन्दु x^i पर आश्लेषी तल का समीकरण है :

- (A) $\epsilon_{ijk} (X^i - x^i) x'^j = 0$
- (B) $\epsilon_{ijk} (X^i - x^i) x'^j x''^k = 0$
- (C) $\epsilon_{ijk} (X^i + x^i) x'^j = 0$
- (D) $\epsilon_{ijk} (X^i + x^i) x'^j x''^k = 0$

2. यदि θ और ϕ एक वक्र की क्रमशः स्पर्शरेखा और द्विपद द्वारा अतंरिक्ष में एक नियत रेखा से बने कोण है तो $\frac{\sin \theta d\theta}{\sin \phi d\phi}$ बराबर है :

- (A) $-\frac{K}{\tau}$
- (B) $\frac{K}{\tau}$
- (C) $\frac{\tau}{K}$
- (D) $-\frac{\tau}{K}$

3. $\epsilon_{ijk} b'^i b''^j b'''^k$ का मान बराबर है :

- (A) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{\tau}{K} \right)$
- (B) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{K}{\tau} \right)$
- (C) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{K^2}{\tau} \right)$
- (D) $\tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{K}{\tau^2} \right)$

4. Through any two point on the surface how many geodesics can pass ?

- (A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 1

5. The equation of evaluate C_1 of given curve C is :

- (A) $x_1^i = x^i + Pp^i + \cot(\int \tau ds + c)b^i$
(B) $x_1^i = x^i + Pp^i + P \cot(\int \tau ds + c)b^i$
(C) $x_1^i = x^i - Pp^i + \cot(\int \tau ds + c)b^i$
(D) $x_1^i = x^i + P \cot(\int \tau ds) p^i + cb^i$

6. The equation of an involute C_1 of given curve C is :

- (A) $x_1^i = x^i + (c - s)t^i$
(B) $x_1^i = x^i + (cs)t^i$
(C) $x_1^i = x^i + \left(\frac{c}{s}\right)t^i$
(D) $x_1^i = x^i(c - s)t^i$

4. पृष्ठ पर किन्ही दो बिन्दुओं से कितने अल्पान्तरी गुजर सकते है ?

- (A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 1

5. दिए गए वक्र C के इवोल्यूट C_1 का समीकरण है :

- (A) $x_1^i = x^i + Pp^i + \cot(\int \tau ds + c)b^i$
(B) $x_1^i = x^i + Pp^i + P \cot(\int \tau ds + c)b^i$
(C) $x_1^i = x^i - Pp^i + \cot(\int \tau ds + c)b^i$
(D) $x_1^i = x^i + P \cot(\int \tau ds) p^i + cb^i$

6. दिए गए वक्र C के इन्वोल्यूट C_1 का समीकरण है :

- (A) $x_1^i = x^i + (c - s)t^i$
(B) $x_1^i = x^i + (cs)t^i$
(C) $x_1^i = x^i + \left(\frac{c}{s}\right)t^i$
(D) $x_1^i = x^i(c - s)t^i$

7. The length of the circular helix $x^1 = a \cos t, x^2 = a \sin t, x^3 = bt$ from $(a, 0, 0)$ to $(a, 0, 2\pi b)$ is :

- (A) $\pi\sqrt{a^2 + b^2}$
 (B) $2\pi\sqrt{a^2 + b^2}$
 (C) $2\pi^2\sqrt{a^2 + b^2}$
 (D) $\pi^2\sqrt{a^2 + b^2}$

8. The torsion τ for the curve $x^1 = a \cos t, x^2 = a \sin t, x^3 = bt$; $a > 0, b \neq 0$ is :

- (A) $\tau = a^2 + b^2$
 (B) $\tau = a + b$
 (C) $\tau = 1$
 (D) $\tau = 0$

9. If the curvature and torsion of a curve is in constant ratio then the curve is a :

- (A) Helix
 (B) Circle
 (C) Circular helix
 (D) All (A), (B) and (C)

10. The curvature k for the curve $x^1 = a \cos t, x^2 = a \sin t, x^3 = at \tan \alpha$ is :

- (A) $\frac{1}{a} \cos \alpha$
 (B) $a \cos^2 \alpha$
 (C) $a \cos \alpha$
 (D) $\frac{1}{a} \cos^2 \alpha$

7. $(a, 0, 0)$ से $(a, 0, 2\pi b)$ तक वृत्तीय कुंडलिनी $x^1 = a \cos t, x^2 = a \sin t, x^3 = bt$ की लम्बाई है :

- (A) $\pi\sqrt{a^2 + b^2}$
 (B) $2\pi\sqrt{a^2 + b^2}$
 (C) $2\pi^2\sqrt{a^2 + b^2}$
 (D) $\pi^2\sqrt{a^2 + b^2}$

8. वक्र $x^1 = a \cos t, x^2 = a \sin t, x^3 = bt$; $a > 0, b \neq 0$ के लिए विमोटन τ है :

- (A) $\tau = a^2 + b^2$
 (B) $\tau = a + b$
 (C) $\tau = 1$
 (D) $\tau = 0$

9. यदि किसी वक्र की वक्रता और विमोटन स्थिर अनुपात में है तो वक्र है :

- (A) कुंडलिनी
 (B) वृत्त
 (C) वृत्तीय कुंडलिनी
 (D) सभी (A), (B) और (C)

10. वक्र $x^1 = a \cos t, x^2 = a \sin t, x^3 = at \tan \alpha$ के लिए वक्रता k है :

- (A) $\frac{1}{a} \cos \alpha$
 (B) $a \cos^2 \alpha$
 (C) $a \cos \alpha$
 (D) $\frac{1}{a} \cos^2 \alpha$

11. The vectors X_1 and X_2 are tangential to the parametric curve $u^2 = c^2$ and $u^1 = c^1$ respectively. Then the angle θ ($0 < \theta < \pi$) between them is :

(A) $\cos \theta = \frac{g_{11}}{\sqrt{g_{12} g_{22}}}$

(B) $\cos \theta = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} g_{22}}}$

(C) $\cos \theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11} g_{12}}}$

(D) $\cos \theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11} - g_{12}}}$

12. If K denotes the curvature, then the radius of curvature P is :

(A) $P = K$

(B) $P = \frac{2}{K}$

(C) $P = \frac{1}{K}$

(D) $P = \frac{K}{2}$

13. The differential equation of a family of curve on the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

(A) $A_\alpha du^\alpha = d_{\alpha\beta}$

(B) $A_\alpha du^\alpha = -d_{\alpha\beta}$

(C) $A_\alpha du^\alpha = 2d_{\alpha\beta}$

(D) $A_\alpha du^\alpha = 0$

11. सदिश X_1 और X_2 क्रमशः प्राचलिक वक्र $u^2 = c^2$ और $u^1 = c^1$ के स्पर्शरेखीय हैं तो उनके बीच का कोण θ ($0 < \theta < \pi$) है :

(A) $\cos \theta = \frac{g_{11}}{\sqrt{g_{12} g_{22}}}$

(B) $\cos \theta = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} g_{22}}}$

(C) $\cos \theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11} g_{12}}}$

(D) $\cos \theta = \frac{g_{22}}{\sqrt{g_{11} - g_{12}}}$

12. यदि K वक्रता को दर्शाता है तो वक्रता की त्रिज्या P है :

(A) $P = K$

(B) $P = \frac{2}{K}$

(C) $P = \frac{1}{K}$

(D) $P = \frac{K}{2}$

13. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ पर वक्र के एक परिवार का अवकल समीकरण है :

(A) $A_\alpha du^\alpha = d_{\alpha\beta}$

(B) $A_\alpha du^\alpha = -d_{\alpha\beta}$

(C) $A_\alpha du^\alpha = 2d_{\alpha\beta}$

(D) $A_\alpha du^\alpha = 0$

14. If N^i are components of unit normal vector at the point P of the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$, then the components of second fundamental tensor $d_{\alpha\beta}$ is :
- (A) $d_{\alpha\beta} = N^i x^i_{,\alpha\beta}$
 (B) $d_{\alpha\beta} = (N^i)^2 x^i_{,\alpha\beta}$
 (C) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i_{,\alpha\beta})^2$
 (D) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i_{,\alpha\beta})^4$
15. A tensor $d_{\alpha\beta}$ on the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ are :
- (A) Not component of symmetric tensor
 (B) Component of symmetric covariant tensor of order one
 (C) Component of skew-symmetric tensor
 (D) Component of symmetric covariant tensor of order two
16. The curve $r(t) = (\cos t)i + t^3j + t^{5/3}k, -\infty < t < \infty$ belongs to :
- (A) $C^1, -\infty < t < \infty$
 (B) $C^2, -\infty < t < \infty$
 (C) Both (A) and (B)
 (D) None of these
14. यदि N^i पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ के बिन्दु P पर इकाई अभिलंब सदिश का घटक है तो दूसरे मूल प्रदिश $d_{\alpha\beta}$ का घटक है :
- (A) $d_{\alpha\beta} = N^i x^i_{,\alpha\beta}$
 (B) $d_{\alpha\beta} = (N^i)^2 x^i_{,\alpha\beta}$
 (C) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i_{,\alpha\beta})^2$
 (D) $d_{\alpha\beta} = N^i (x^i_{,\alpha\beta})^4$
15. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ पर एक प्रदिश $d_{\alpha\beta}$ है :
- (A) सममित प्रदिश का घटक नहीं
 (B) कोटि एक के सममित प्रदिश का घटक
 (C) विषम प्रदिश का घटक
 (D) कोटि दो के सममित सहपरिवर्ती प्रदिश का घटक
16. वक्र $r(t) = (\cos t)i + t^3j + t^{5/3}k, -\infty < t < \infty$ का संबन्ध है :
- (A) $C^1, -\infty < t < \infty$
 (B) $C^2, -\infty < t < \infty$
 (C) (A) और (B) दोनों
 (D) इनमें से कोई नहीं

17. For the surface $x^1 = u^1, x^2 = u^2$ and $x^3 = \{(u^1)^2 - (u^2)^2\}$, the value of g_{12} is :

- (A) $4u^1u^2$
- (B) $4u^1 - u^2$
- (C) $u^1 - 4u^2$
- (D) $-4u^1u^2$

18. The differential equation of geodesic on a surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

- (A) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^\gamma}{ds} = 0$
- (B) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^\gamma}{ds} = 0$
- (C) $\frac{du^\alpha}{ds} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} \frac{d^2u^\beta}{ds^2} \frac{d^2u^\gamma}{ds^2} = 0$
- (D) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} + \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^\gamma}{ds} = 0$

19. For the surface $e^z \cos x = \cos y$, the value of $g^{\alpha\beta} d_{\alpha\beta}$ is :

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 0

20. Which of the following is correct ?

- (A) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{\sqrt{g}}$
- (B) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{g}$
- (C) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{g^{3/2}}$
- (D) Both (A) and (C)

17. पृष्ठ $x^1 = u^1, x^2 = u^2$ और $x^3 = \{(u^1)^2 - (u^2)^2\}$, g_{12} का मान है :

- (A) $4u^1u^2$
- (B) $4u^1 - u^2$
- (C) $u^1 - 4u^2$
- (D) $-4u^1u^2$

18. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ पर अल्पान्तरी का अवकल समीकरण है :

- (A) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^\gamma}{ds} = 0$
- (B) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^\gamma}{ds} = 0$
- (C) $\frac{du^\alpha}{ds} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} \frac{d^2u^\beta}{ds^2} \frac{d^2u^\gamma}{ds^2} = 0$
- (D) $\frac{d^2u^\alpha}{ds^2} + \frac{du^\beta}{ds} \frac{du^\gamma}{ds} = 0$

19. पृष्ठ $e^z \cos x = \cos y$ के लिए, $g^{\alpha\beta} d_{\alpha\beta}$ का मान है :

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 0

20. निम्न में से कौन सा सही है ?

- (A) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{\sqrt{g}}$
- (B) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{g}$
- (C) $e^{\alpha\beta} = \frac{\epsilon^{\alpha\beta}}{g^{3/2}}$
- (D) (A) और (C) दोनों

21. Which of the following is correct ?

(A) $e_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta} \sqrt{g}$

(B) $e^{\alpha\beta} e_{\alpha\beta} = 2$

(C) $e^{\alpha\beta} e_{\alpha\beta} = 1$

(D) Both (A) and (B)

Where the symbols have their usual meaning.

22. The equation of plane that has three point contact at the origin with the curve $x = t^4 - 1$, $y = t^3 - 1$, $z = t^2 - 1$ is :

(A) $3x + 8y + 6z = 0$

(B) $3x - 8y + 6z = 0$

(C) $3x - y + 6z = 0$

(D) $3x + y + 6z = 0$

23. Which of the following is correct?

(A) $t'^i = kp^i$

(B) $p'^i = \tau b^i - kt^i$

(C) $b'^i = -\tau p^i$

(D) All (A), (B) and (C)

21. निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $e_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta} \sqrt{g}$

(B) $e^{\alpha\beta} e_{\alpha\beta} = 2$

(C) $e^{\alpha\beta} e_{\alpha\beta} = 1$

(D) (A) और (B) दोनों

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं।

22. उस समतल का समीकरण जिसके मूल बिन्दु पर वक्र $x = t^4 - 1$, $y = t^3 - 1$, $z = t^2 - 1$ के साथ तीन संपर्क बिन्दु हैं :

(A) $3x + 8y + 6z = 0$

(B) $3x - 8y + 6z = 0$

(C) $3x - y + 6z = 0$

(D) $3x + y + 6z = 0$

23. निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $t'^i = kp^i$

(B) $p'^i = \tau b^i - kt^i$

(C) $b'^i = -\tau p^i$

(D) सभी (A), (B) और (C)

24. The Gaussian curvature K of the surface is :
- (A) $K = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$
- (B) $K = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}}{g_{11}g_{22} - g_{12}}$
- (C) $K = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}^2}{g_{11}d_{22} - g_{12}}$
- (D) $K = \frac{d_{11}d_{22} + d_{12}^2}{g_{11}g_{22} + g_{12}^2}$
25. The Weingarten equation of the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :
- (A) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha\gamma} g^{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
- (B) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha\gamma} g_{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
- (C) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha\gamma} g_{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
- (D) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha\gamma} g^{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
26. The Gauss equation of the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :
- (A) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} - N^i$
- (B) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} N^i$
- (C) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta}^2 N^i$
- (D) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} + N^i$
27. The necessary and sufficient condition that a surface be plane is that :
- (A) $d_{\alpha\beta} = 1$
- (B) $d_{\alpha\beta} > 1$
- (C) $d_{\alpha\beta} < 1$
- (D) $d_{\alpha\beta} = 0$
24. पृष्ठ की गाऊसी वक्रता K है :
- (A) $K = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}^2}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}$
- (B) $K = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}}{g_{11}g_{22} - g_{12}}$
- (C) $K = \frac{d_{11}d_{22} - d_{12}^2}{g_{11}d_{22} - g_{12}}$
- (D) $K = \frac{d_{11}d_{22} + d_{12}^2}{g_{11}g_{22} + g_{12}^2}$
25. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ का वेिंगार्टेन समीकरण है :
- (A) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha\gamma} g^{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
- (B) $N^i_{,\alpha} = d_{\alpha\gamma} g_{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
- (C) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha\gamma} g_{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
- (D) $N^i_{,\alpha} = -d_{\alpha\gamma} g^{\gamma\beta} x^i_{,\beta}$
26. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ का गाँस समीकरण है :
- (A) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} - N^i$
- (B) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} N^i$
- (C) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta}^2 N^i$
- (D) $x^i_{,\alpha\beta} = d_{\alpha\beta} + N^i$
27. एक पृष्ठ को समतल होने के लिए यह अनिवार्य एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है कि :
- (A) $d_{\alpha\beta} = 1$
- (B) $d_{\alpha\beta} > 1$
- (C) $d_{\alpha\beta} < 1$
- (D) $d_{\alpha\beta} = 0$

28. Let $A_\alpha du^\alpha = 0$ be the differential equation of a family of curves lying on the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ ($i = 1, 2, 3; \alpha = 1, 2$), Then the differential equation of its orthogonal trajectory is :

- (A) $\epsilon^{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\beta = 0$
 (B) $\epsilon_{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\beta = 0$
 (C) $\epsilon_{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\gamma = 0$
 (D) $\epsilon_{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\gamma du^\beta = 0$

29. The value of the differential equation $\frac{d}{ds} \left[\sigma \frac{d}{ds} \left(P \frac{d^2 x^i}{ds^2} \right) \right] + \frac{d}{ds} \left[\frac{\sigma dx^i}{P ds} \right] + \frac{P}{\sigma} \frac{d^2 x^i}{ds^2}$ of the curve $x^i = x^i(s)$, is equal to :

- (A) 1
 (B) 2
 (C) 0
 (D) 4

30. The equation of curvature at the point x^i of the curve $x^i = x^i(s)$ is :

- (A) $K = x'''^i x'''^i$
 (B) $K = x'''^i x''''^i$
 (C) $K = x'''^i - x''''^i$
 (D) $K = \sqrt{x'''^i x'''^i}$

28. माना $A_\alpha du^\alpha = 0$, पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ ($i = 1, 2, 3; \alpha = 1, 2$) पर स्थित वक्रों के एक परिवार का अवकल समीकरण है तो इसके लांबिक प्रक्षेप-पथ का अवकल समीकरण है :

- (A) $\epsilon^{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\beta = 0$
 (B) $\epsilon_{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\beta = 0$
 (C) $\epsilon_{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\gamma = 0$
 (D) $\epsilon_{\alpha\gamma} g_{\alpha\beta} A_\gamma du^\gamma du^\beta = 0$

29. वक्र $x^i = x^i(s)$, के अवकल समीकरण $\frac{d}{ds} \left[\sigma \frac{d}{ds} \left(P \frac{d^2 x^i}{ds^2} \right) \right] + \frac{d}{ds} \left[\frac{\sigma dx^i}{P ds} \right] + \frac{P}{\sigma} \frac{d^2 x^i}{ds^2}$ का मान बराबर है :

- (A) 1
 (B) 2
 (C) 0
 (D) 4

30. वक्र $x^i = x^i(s)$ के बिन्दु x^i पर वक्रता का समीकरण है :

- (A) $K = x'''^i x'''^i$
 (B) $K = x'''^i x''''^i$
 (C) $K = x'''^i - x''''^i$
 (D) $K = \sqrt{x'''^i x'''^i}$

31. The curve given by $r = (a \cos u, a \sin u, f(u))$ shall be plane curve, then the function $f(u)$ is equal to :

- (A) $C_1 + C_2 \cos u + C_3 \sin u$
 (B) $C_1 \cos u + C_2 \sin u$
 (C) $C_1 + C_2 \cos u$
 (D) $C_1 + C_2 \sin u$

32. The first fundamental form of surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is :

- (A) $ds^2 = du^\alpha du^\beta$
 (B) $ds^2 = g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$
 (C) $ds = g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$
 (D) $ds = du^\alpha du^\beta$

Where $\alpha, \beta = 1, 2$ and $i = 1, 2, 3$

33. For the surface $x^1 = a \cos u^1 \cos u^2$, $x^2 = a \sin u^1 \cos u^2$, $x^3 = a \sin u^2$, then the value of g_{22} is :

- (A) $a^2 \cos^2 u^2$
 (B) $a \cos u^2$
 (C) a^2
 (D) a

31. दिया हुआ वक्र $r = (a \cos u, a \sin u, f(u))$ समतल हो तो फलन $f(u)$ का मान बराबर है:

- (A) $C_1 + C_2 \cos u + C_3 \sin u$
 (B) $C_1 \cos u + C_2 \sin u$
 (C) $C_1 + C_2 \cos u$
 (D) $C_1 + C_2 \sin u$

32. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ की प्रथम मूल रूप है :

- (A) $ds^2 = du^\alpha du^\beta$
 (B) $ds^2 = g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$
 (C) $ds = g_{\alpha\beta} du^\alpha du^\beta$
 (D) $ds = du^\alpha du^\beta$

जहाँ $\alpha, \beta = 1, 2$ और $i = 1, 2, 3$

33. पृष्ठ $x^1 = a \cos u^1 \cos u^2$, $x^2 = a \sin u^1 \cos u^2$, $x^3 = a \sin u^2$, के लिए g_{22} का मान है :

- (A) $a^2 \cos^2 u^2$
 (B) $a \cos u^2$
 (C) a^2
 (D) a

34. A necessary and sufficient condition for the curve to be a straight line is that the curvature K at all points of the curve is equal to :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) -1

35. The value of $\epsilon_{ijk} x^i x''^j x'''^k$ is equal to :

- (A) $k\tau^2$
- (B) $k\tau$
- (C) $k^2\tau$
- (D) $k^2\tau^3$

Where the symbols have their usual meaning.

36. The value of $\epsilon_{ijk} t^i t''^j t'''^k$ is equal to :

- (A) $k^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{\tau}{k} \right)$
- (B) $k^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{k}{\tau} \right)$
- (C) $k^3 \frac{d}{ds} \left(\frac{\tau}{k} \right)$
- (D) $k^3 \frac{d}{ds} \left(\frac{k}{\tau} \right)$

34. एक वक्र को सरल रेखा होने के लिए यह अनिवार्य एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है कि वक्र के प्रत्येक बिन्दु पर वक्रता K , बराबर होगा :

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) -1

35. $\epsilon_{ijk} x^i x''^j x'''^k$ का मान बराबर है :

- (A) $k\tau^2$
- (B) $k\tau$
- (C) $k^2\tau$
- (D) $k^2\tau^3$

जहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

36. $\epsilon_{ijk} t^i t''^j t'''^k$ का मान बराबर है :

- (A) $k^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{\tau}{k} \right)$
- (B) $k^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{k}{\tau} \right)$
- (C) $k^3 \frac{d}{ds} \left(\frac{\tau}{k} \right)$
- (D) $k^3 \frac{d}{ds} \left(\frac{k}{\tau} \right)$

37. The equation of tangent plane to the surface $z = x^2 + y^2$ at the point $(1, -1, 2)$ is :

- (A) $2x - 2y - z + 2 = 0$
 (B) $2x - 2y - z - 2 = 0$
 (C) $2x - y - z - 2 = 0$
 (D) $2x - y - 2z - 2 = 0$

38. The point $P(x^i)$ on the surface $x^i = x^i(u^\alpha)$ is called regular point if :

- (A) $X_1 \times X_2 = 0$
 (B) $X_1 \times X_2 \neq 0$
 (C) $X_1 \cdot X_2 = 0$
 (D) $X_1 \cdot X_2 \neq 0$

Where $X_1 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^1}\right)$ and

$$X_2 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^2}\right)$$

39. Which of the following is correct?

- (A) $N^i = \frac{X_1 \times X_2}{|X_1 \times X_2|}$
 (B) $N^i = \frac{X_1 \cdot X_2}{|X_1 \times X_2|}$
 (C) $N^i = \frac{X_1 - X_2}{|X_1 \times X_2|}$
 (D) $N^i = \frac{X_1 + X_2}{|X_1 + X_2|}$

Where $X_1 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^1}\right)$ and

$$X_2 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^2}\right)$$

37. बिन्दु $(1, -1, 2)$ पर पृष्ठ $z = x^2 + y^2$ के स्पर्श समतल का समीकरण है :

- (A) $2x - 2y - z + 2 = 0$
 (B) $2x - 2y - z - 2 = 0$
 (C) $2x - y - z - 2 = 0$
 (D) $2x - y - 2z - 2 = 0$

38. पृष्ठ $x^i = x^i(u^\alpha)$ पर बिन्दु $P(x^i)$ को नियमित बिन्दु कहा जाता है यदि :

- (A) $X_1 \times X_2 = 0$
 (B) $X_1 \times X_2 \neq 0$
 (C) $X_1 \cdot X_2 = 0$
 (D) $X_1 \cdot X_2 \neq 0$

जहाँ $X_1 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^1}\right)$ और

$$X_2 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^2}\right)$$

39. निम्न में से कौन सा सही है ?

- (A) $N^i = \frac{X_1 \times X_2}{|X_1 \times X_2|}$
 (B) $N^i = \frac{X_1 \cdot X_2}{|X_1 \times X_2|}$
 (C) $N^i = \frac{X_1 - X_2}{|X_1 \times X_2|}$
 (D) $N^i = \frac{X_1 + X_2}{|X_1 + X_2|}$

जहाँ $X_1 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^1}\right)$ और

$$X_2 = \left(\frac{\partial x^i}{\partial u^2}\right)$$

40. Which of the following is correct?

(A) $g^{11} = \frac{x_2 \cdot x_2}{g}$

(B) $g^{22} = \frac{x_1 \cdot x_1}{g}$

(C) $g^{12} = g^{21} = \frac{-x_1 \cdot x_2}{g}$

(D) All (A), (B) and (C)

41. The necessary and sufficient condition that a given curve is a plane curve is that torsion τ , is equal to :

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

42. The value of ϵ_{ijk} when $i, j, k = 1, 2, 3$ or $2, 3, 1$ or $3, 1, 2$ is equal to :

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) All (A), (B) and (C)

40. निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $g^{11} = \frac{x_2 \cdot x_2}{g}$

(B) $g^{22} = \frac{x_1 \cdot x_1}{g}$

(C) $g^{12} = g^{21} = \frac{-x_1 \cdot x_2}{g}$

(D) सभी (A), (B) और (C)

41. एक दिया हुआ वक्र समतल वक्र होने के लिए यह अनिवार्य एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है कि विमोटन τ , बराबर होगा :

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

42. ϵ_{ijk} का मान जब $i, j, k = 1, 2, 3$ या $2, 3, 1$ या $3, 1, 2$ के बराबर है :

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) सभी (A), (B) और (C)

43. For the surface $x^1 = a(u^1 + u^2)$, $x^2 = b(u^1 - u^2)$, $x^3 = u^1 u^2$, the value of d_{22} is :

- (A) $\frac{-2ab}{\sqrt{g}}$
 (B) $\frac{2ab}{\sqrt{g}}$
 (C) $\frac{ab}{\sqrt{g}}$
 (D) 0

44. If the space curve $c : x^i = x^i(s)$ has constant torsion τ , then the curve c_1 given by $x_1^i = \frac{p^i}{\tau} + \int b^i ds$ has :

- (A) Constant curvature ' τ^2 '
 (B) Constant curvature ' τ^4 '
 (C) Constant curvature ' $\pm \tau$ '
 (D) Both (A) and (B)

45. For the surface $x^1 = a \cos u^1 \cos u^2$, $x^2 = a \sin u^1 \cos u^2$, $x^3 = a \sin u^2$, the value of g is :

- (A) $a^4 \cos^2 u^2$
 (B) $a^2 \cos^2 u^2$
 (C) $a \cos^2 u^2$
 (D) $\cos^2 u^2$

43. पृष्ठ $x^1 = a(u^1 + u^2)$, $x^2 = b(u^1 - u^2)$, $x^3 = u^1 u^2$, d_{22} का मान है :

- (A) $\frac{-2ab}{\sqrt{g}}$
 (B) $\frac{2ab}{\sqrt{g}}$
 (C) $\frac{ab}{\sqrt{g}}$
 (D) 0

44. यदि समष्टि वक्र $c : x^i = x^i(s)$ ये एक अचर मरोड़ τ है तो वक्र c_1 द्वारा दिए गए $x_1^i = \frac{p^i}{\tau} + \int b^i ds$ में :

- (A) एक अचर वक्रता ' τ^2 ' हैं
 (B) एक अचर वक्रता ' τ^4 ' हैं
 (C) एक अचर वक्रता ' $\pm \tau$ ' हैं
 (D) (A) और (B) दोनों

45. पृष्ठ $x^1 = a \cos u^1 \cos u^2$, $x^2 = a \sin u^1 \cos u^2$, $x^3 = a \sin u^2$, के लिए g का मान है :

- (A) $a^4 \cos^2 u^2$
 (B) $a^2 \cos^2 u^2$
 (C) $a \cos^2 u^2$
 (D) $\cos^2 u^2$

46. The value of $\epsilon_{ijk} a^i b^j b^k$ is equal to :

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 0

47. The equation of osculating plane at the point $t = 1$ of a curve $r = (3at, 3bt^2, ct^3)$ is :

- (A) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
- (B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$
- (C) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
- (D) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$

48. The equation of normal to the surface $xyz = 4$ at the point $(1, 2, 2)$ is :

- (A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$
- (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{1}$
- (C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{1}$
- (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{1}$

46. $\epsilon_{ijk} a^i b^j b^k$ का मान बराबर है :

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 0

47. वक्र $r = (3at, 3bt^2, ct^3)$ के बिन्दु $t = 1$ पर आश्लेषी तल का समीकरण है :

- (A) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
- (B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$
- (C) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
- (D) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} - \frac{z}{c} = 1$

48. बिन्दु $(1, 2, 2)$ पर पृष्ठ $xyz = 4$ के अभिलम्ब का समीकरण है:

- (A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$
- (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{1}$
- (C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{1}$
- (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{1}$

49. The parametric equation of surface is :

- (A) Unique
- (B) Not unique
- (C) Both (A) and (B)
- (D) None of these

50. The necessary and sufficient condition that the parametric curve be orthogonal at a point is that :

- (A) $g_{12} = 1$
- (B) $g_{12} = 2$
- (C) $g_{12} = 0$
- (D) All (A), (B) and (C)

49. पृष्ठ का प्राचलिक समीकरण है :

- (A) अद्वितीय
- (B) अद्वितीय नहीं
- (C) (A) और (B) दोनों
- (D) इनमें से कोई नहीं

50. आवश्यक और पर्याप्त शर्त यह है कि प्राचलिक वक्र एक बिन्दु पर लम्बिक हो तो :

- (A) $g_{12} = 1$
- (B) $g_{12} = 2$
- (C) $g_{12} = 0$
- (D) सभी (A), (B) और (C)
